

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra II
Sommersemester 2019

Blatt 6

Abgabetermin: Mittwoch, 17.7.2019, 10:15 Uhr

Aufgabe 1

(4+4=8 Punkte)

- (a) Sei \mathbb{K} ein Körper. Geben Sie eine Basis von $\bigwedge \mathbb{K}^3$ an.
- (b) Sei V ein n -dimensionaler \mathbb{K} -Vektorraum. Zeigen Sie, dass $\dim_{\mathbb{K}}(\bigwedge V) = 2^n$ gilt.
-

Aufgabe 2

(4+3=7 Punkte)

Sei $E := (e_1, \dots, e_4)$ die Standardbasis des \mathbb{R}^4 .

- (a) Sei $\alpha := e_1 \wedge e_2 + e_1 \wedge e_3 + e_2 \wedge e_4 + e_3 \wedge e_4 \in \bigwedge^2 \mathbb{R}^4$ gegeben. Bestimmen Sie (falls möglich) den 2-dimensionalen Unterraum von \mathbb{R}^4 , der unter der Plückerabbildung auf $[\alpha] \in \mathbb{P}(\bigwedge^2 \mathbb{R}^4)$ abgebildet wird.
- (b) Ist es möglich einen Unterraum wie in (a) für $\beta := e_1 \wedge e_2 + e_3 \wedge e_4 \in \bigwedge^2 \mathbb{R}^4$ zu bestimmen?
-

Aufgabe 3

(3+3=6 Punkte)

Finden Sie lineare Abbildungen $f_i : V \rightarrow W$ für $i = 1, 2$ zwischen zwei \mathbb{K} -Vektorräumen gleicher Dimension, sodass

- (a) f_1 injektiv ist, aber nicht surjektiv,
- (b) f_2 surjektiv ist, aber nicht injektiv.

Aufgabe 4*

(4* Punkte)

Seien $G := \{(t : 1 : 1 : 2) \mid (t : 1) \in \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^1\}$ und $E := \{(r : s : 1 : s) \mid (r : s : 1) \in \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2\}$ Teilmengen von $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^3$. Überlegen Sie sich, dass $G \cap E$ nichtleer ist und bestimmen Sie alle Punkte in $G \cap E$.

(Hinweis: $(t : 1) \in \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^1, (r : s : 1) \in \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ bedeutet, dass Sie Grenzwerte für $t \rightarrow \infty$ und für $r \rightarrow \infty$ (bzw. $s \rightarrow \infty$) für $s \in \mathbb{R}$ (bzw. $r \in \mathbb{R}$) in den Karten von $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^3$ bilden können, falls dabei keine Koordinate eines Punktes in einer Karte unendlich groß wird.)

Die zusammengetackerten Übungsblätter können im Postfachzimmer A16 des C-Gebäudes im 3. Stock im Briefkasten des jeweiligen Übungsleiters abgegeben werden. Mit * gekennzeichnete Aufgaben und Punkte sind Zusatzaufgaben und -punkte.