UNIVERSITÄT TÜBINGEN
FACHBEREICH MATHEMATIK

Hannah Markwig
Lou-Jean Cobigo

Übungen zur Vorlesung lineare Algebra 1

Sommersemester 2023

Blatt 1

Abgabetermin: Dienstag, 02.05.2023, 12:00 Uhr

Im Folgenden bezeichnet id_M die identische Abbildung auf einer Menge M, d.h. $\mathrm{id}_M : M \to M, m \mapsto m$ für alle $m \in M$.

Aufgabe 1 (3+3+3=9 Punkte)

Seien X, Y nichtleere Mengen und sei $f : X \to Y$ eine Abbildung. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Falls X eine endliche Menge ist und außerdem $\#X = \#Y$ gilt, dann sind Injektivität und Surjektivität von f äquivalent.

(b) Die Abbildung f ist genau dann injektiv, wenn eine Abbildung $g : Y \to X$ mit $g \circ f = \mathrm{id}_X$ existiert.

(c) Die Abbildung f ist genau dann surjektiv, wenn eine Abbildung $g : Y \to X$ mit $f \circ g = \mathrm{id}_Y$ existiert.

(*Hinweis: Beachten Sie, dass zum Beweisen einer Äquivalenz der Beweis von zwei Implikationen notwendig ist.*)

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Mengen $4\mathbb{Z} := \{4k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ und $5\mathbb{Z} := \{5k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ gleiche Mächtigkeit besitzen.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Wir definieren

$$R := \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a \text{ is Teiler von } b\}.$$

Zeigen Sie, dass R eine Ordnungsrelation auf $\mathbb{N}$ ist, aber keine Totalordnung.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Seien A, B, C Mengen. Zeigen Sie folgende Gleichheit

$$A \backslash (B \backslash C) = (A \backslash B) \cup (A \cap C).$$

(*Hinweis: Für zwei Mengen A, B ist $A \backslash B$ definiert als die Menge von Elementen in A, die nicht in B enthalten sind.*)

Die zusammengetackerten Übungsblätter können im Postfachzimmer A16 des C-Gebäudes im 3. Stock im Briefkasten des jeweiligen Übungsleiters abgegeben werden.
Das Repetitorium findet freitags von 10-12 Uhr im Hörsaal N09 statt.