

Übungen zur Vorlesung lineare Algebra 1

Wintersemester 2018/19

Blatt 2

Abgabetermin: Dienstag, 30.10.2018, 10:15 Uhr

---

Im Folgenden bezeichnet  $\text{id}_M$  die identische Abbildung auf einer Menge  $M$ , d.h.  $\text{id}_M : M \rightarrow M, m \mapsto m$  für alle  $m \in M$ .

**Aufgabe 1**

**(3+3+3=9 Punkte)**

Seien  $X, Y$  nichtleere Mengen und sei  $f : X \rightarrow Y$  eine Abbildung. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Falls  $X$  eine endliche Menge ist und außerdem  $\#X = \#Y$  gilt, dann sind Injektivität und Surjektivität von  $f$  äquivalent.
- (b) Die Abbildung  $f$  ist genau dann injektiv, wenn eine Abbildung  $g : Y \rightarrow X$  mit  $g \circ f = \text{id}_X$  existiert.
- (c) Die Abbildung  $f$  ist genau dann surjektiv, wenn eine Abbildung  $g : Y \rightarrow X$  mit  $f \circ g = \text{id}_Y$  existiert.

*(Hinweis: Beachten Sie, dass zum Beweisen einer Äquivalenz der Beweis von zwei Implikationen notwendig ist.)*

---

**Aufgabe 2**

**(3 Punkte)**

Zeigen Sie, dass die Mengen  $4\mathbb{Z} := \{4k \mid k \in \mathbb{Z}\}$  und  $5\mathbb{Z} := \{5k \mid k \in \mathbb{Z}\}$  gleiche Mächtigkeit besitzen.

---

**Aufgabe 3**

**(4 Punkte)**

Wir definieren

$$R := \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a \text{ ist Teiler von } b\}.$$

Zeigen Sie, dass  $R$  eine Ordnungsrelation auf  $\mathbb{N}$  ist, aber keine Totalordnung.

---

**Aufgabe 4**

**(4 Punkte)**

Sei  $M := \{1, 2, 3\}$  eine Menge. Wie viele Äquivalenzrelationen  $R \subset M \times M$  gibt es?

---

Wir definieren  $\mathbb{Z}_m := \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$  für alle  $m \in \mathbb{N}_{>0}$ .

**Aufgabe 5**

**(4+2=6 Punkte)**

- (a) Stellen Sie Multiplikationstabellen von  $\mathbb{Z}_3, \mathbb{Z}_4, \mathbb{Z}_5$  und  $\mathbb{Z}_6$  auf.
- (b) Lösen Sie (falls lösbar), die folgenden Gleichungen jeweils in  $\mathbb{Z}_6$  nach  $x \in \mathbb{Z}_6$  auf

$$[17]x + [8] = [0] \text{ und } [3]x + [4] = [0].$$

---

Die zusammengetackerten Übungsblätter können im Postfachzimmer A16 des C-Gebäudes im 3. Stock im Briefkasten des jeweiligen Übungsleiters abgegeben werden.  
Das Repetitorium findet freitags von 10-12 Uhr im Hörsaal N02 statt.