Universität Tübingen
Fachbereich Mathematik
F. Röhrle, C. Nollau

Geometrie
WS 2025/26

EBERHARD KARLS UNIVERSITÄT TÜBINGEN

Blatt 4

Abgabe im Fach Ihres Tutors oder per Upload of URM. Abgabetermin: 29.10, 16:00.
Bitte versehen Sie Ihre Abgabe mit Ihrem Namen und Matrikelnummer aller Gruppenmitglieder.
Von diesem Blatt werden **3 Aufgaben korrigiert**.

Aufgabe 1 – *Wahr oder falsch?* [10 Punkte]

Entscheiden Sie für folgende Aussagen jeweils, ob sie wahr oder falsch sind. Es sind keine Begründungen abzugeben, sie sollten sich diese aber dennoch gründlich überlegen. Hinweis zur Bewertung: Sie erhalten $\max\{0, r-f\}$ Punkte, wobei r die Anzahl richtiger Antworten und f die Anzahl falscher Antworten ist.

Aussage	**Wahr**	**Falsch**
1. Der Feuerbachkreis eines gleichseitigen Dreiecks ist gleich dem Inkreis.	☐	☐
2. Allgemein sind Feuerbachkreis und Umkreis konzentrisch (d.h. sie haben den gleichen Mittelpunkt).	☐	☐
3. Sei (A, B, C) ein gleichschenkliges aber nicht gleichseitiges Dreieck mit $\|\|A-B\|\| = \|\|B-C\|\|$. Dann ist die Eulergerade orthogonal zu $G(A, C)$.	☐	☐
4. Im gleichschenkligen aber nicht gleichseitigen Dreieck liegt der Inkreispunkt auf der Eulergeraden.	☐	☐
5. Betrachte ein nicht-gleichschenkliges Dreieck. Sei L die Gerade durch Schwerpunkt und Inkreispunkt. Dann liegen der Höhenschnittpunkt und der Umkreispunkt auf verschiedenen Seiten von L.	☐	☐
6. Bis auf Ähnlichkeit gibt es genau einen Kreis.	☐	☐
7. Die folgende Abbildung ist eine Ähnlichkeitstransformation: $$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x+y-1 \\ x-y+1 \end{pmatrix}$$	☐	☐
8. Die folgende Abbildung ist eine Ähnlichkeitstransformation: $$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x-y+1 \\ x-y+1 \end{pmatrix}$$	☐	☐
9. Sei $f \in \mathrm{Aff}(2)$ und seien $v, w \in \mathbb{R}^2$ zwei Vektoren. Dann sind v und w linear unabhängig genau dann wenn $f(v)$ und $f(w)$ linear unabhängig sind.	☐	☐
10. Sei K ein Kreis und $\overline{AB}$ ein Durchmesser von K. Sei $C \in \overline{AB}$ und $D \in K \setminus \{A, B\}$, sodass $G(C, D)$ senkrecht auf $\overline{AB}$ steht. Dann sind die Dreiecke (A, C, D) und (B, C, D) ähnlich.	☐	☐

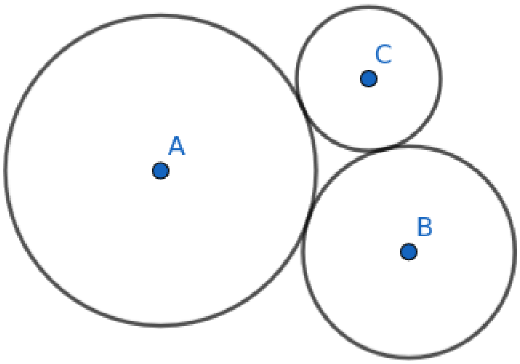
Aufgabe 2 – *Drei Kreise* [14 Punkte]

(i) (Euclidea, Level $\alpha.2$) Gegeben sei eine Strecke $\overline{AB}$. Konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal die Mittelsenkrechte von $\overline{AB}$. Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Konstruktion.

(ii) (Euclidea, Level $\beta.6$) Gegeben eine Gerade L und ein Punkt P, der nicht auf L liegt. Fällen Sie das Lot von auf L mit Zirkel und Lineal. Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Konstruktion.

(iii) (Euclidea, Level $\beta.1$) Gegeben sein Winkel $\angle(A, B, C)$ in $\mathbb{R}^2$, konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal die Winkelhalbierende. Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Konstruktion.

(iv) (Euclidea, Level $\kappa.9$) Gegeben seien drei Punkte $A, B, C \in \mathbb{R}^2$, welche nicht auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal Kreise um A, B, und C, sodass sich je zwei dieser Kreise in nur genau einem Punkt schneiden. Beweisen Sie die Korrektheit ihrer Konstruktion.

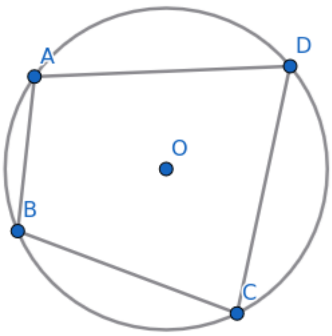


Aufgabe 3 – *Sehnenvierecke* [6 Punkte]

Ein nicht-entartetes 4-Eck (A, B, C, D) heißt *konvex* wenn die Diagonalen disjunkt zu den Seiten sind, also

$$\overline{AC} \cap \overline{AB} = \overline{AC} \cap \overline{CB} = \overline{AC} \cap \overline{CD} = \overline{AC} \cap \overline{AD} = \emptyset$$

und genauso für die andere Diagonale $\overline{BD}$.
Ein konvexes 4-Eck ist ein *Sehnenviereck*, wenn die Punkte A, B, C und D auf einem gemeinsamen Kreis liegen.



(i) Beweisen Sie, dass ein konvexes Viereck genau dann ein Sehnenviereck ist, wenn sich die Mittelsenkrechten der vier Seiten in einem gemeinsamen Punkt schneiden.

(ii) Beweisen Sie, dass in einem Sehnenviereck gilt

$$\angle(B, A, D) + \angle(B, C, D) = \angle(A, B, C) + \angle(A, D, C) = \pi.$$

Anmerkung: Tatsächlich gilt im Aufgabenteil (ii) auch die Umkehrung, aber das müssen Sie nicht zeigen.

Aufgabe 4 – *Affine Transformationen* **[10 Punkte]**

(i) Betrachten Sie die folgende Punkte in $\mathbb{R}^2$:

$$\begin{array}{lll} P_1 = (1, -1), & P_2 = (2, 1), & P_3 = (2, 3) \\ Q_1 = (3, -2), & Q_2 = (4, -3), & Q_3 = (8, 1) \end{array}$$

Finden Sie eine affine Transformation $f \in \mathrm{Aff}(\mathbb{R}^2)$ so dass $f(P_i) = Q_i$ für $i = 1, 2, 3$ oder zeigen Sie, dass keine solche Transformation existiert.

(ii) Betrachten Sie die folgende Punkte in $\mathbb{R}^2$:

$$\begin{array}{lll} P_1 = (1, 2), & P_2 = (3, 4), & P_3 = (5, 6) \\ Q_1 = (2, 1), & Q_2 = (8, 10), & Q_3 = (10, 13) \end{array}$$

Finden Sie eine affine Transformation $f \in \mathrm{Aff}(\mathbb{R}^2)$ so dass $f(P_i) = Q_i$ für $i = 1, 2, 3$ oder zeigen Sie, dass keine solche Transformation existiert.