

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra II

Sommersemester 2019

Blatt 6

Abgabetermin: Dienstag, 30.1.2024, 16:00 Uhr

Aufgabe 1

(4+4=8 Punkte)

- (a) Sei \mathbb{K} ein Körper. Geben Sie eine Basis von $\bigwedge \mathbb{K}^3$ an.
- (b) Sei V ein n -dimensionaler \mathbb{K} -Vektorraum. Zeigen Sie, dass $\dim_{\mathbb{K}}(\bigwedge V) = 2^n$ gilt.
-

Aufgabe 2

(4+3=7 Punkte)

Sei $E := (e_1, \dots, e_4)$ die Standardbasis des \mathbb{R}^4 .

- (a) Sei $\alpha := e_1 \wedge e_2 + e_1 \wedge e_3 + e_2 \wedge e_4 + e_3 \wedge e_4 \in \bigwedge^2 \mathbb{R}^4$ gegeben. Bestimmen Sie (falls möglich) den 2-dimensionalen Unterraum von \mathbb{R}^4 , der unter der Plückerabbildung auf $[\alpha] \in \mathbb{P}(\bigwedge^2 \mathbb{R}^4)$ abgebildet wird.
- (b) Ist es möglich einen Unterraum wie in (a) für $\beta := e_1 \wedge e_2 + e_3 \wedge e_4 \in \bigwedge^2 \mathbb{R}^4$ zu bestimmen?
-

Aufgabe 3

(3+3=6 Punkte)

Finden Sie lineare Abbildungen $f_i : V \rightarrow W$ für $i = 1, 2$ zwischen zwei \mathbb{K} -Vektorräumen gleicher Dimension, sodass

- (a) f_1 injektiv ist, aber nicht surjektiv,
- (b) f_2 surjektiv ist, aber nicht injektiv.

Aufgabe 4*

(4* Punkte)

Seien $G := \{(t : 1 : 1 : 2) \mid (t : 1) \in \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^1\}$ und $E := \{(r : s : 1 : s) \mid (r : s : 1) \in \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2\}$ Teilmengen von $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^3$. Überlegen Sie sich, dass $G \cap E$ nichtleer ist und bestimmen Sie alle Punkte in $G \cap E$.

(Hinweis: $(t : 1) \in \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^1, (r : s : 1) \in \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ bedeutet, dass Sie Grenzwerte für $t \rightarrow \infty$ und für $r \rightarrow \infty$ (bzw. $s \rightarrow \infty$) für $s \in \mathbb{R}$ (bzw. $r \in \mathbb{R}$) in den Karten von $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^3$ bilden können, falls dabei keine Koordinate eines Punktes in einer Karte unendlich groß wird.)

Die Lösungen der Übungsblätter sollten auf URM hochgeladen werden.
Das Repetitorium zu Algebraischen Strukturen als Teil der Linearen Algebra II findet
zweiwöchentlich mittwochs von 8-10 Uhr im Hörsaal N09 statt.