

Übungen zur Vorlesung lineare Algebra 1  
Wintersemester 2023/24

Blatt 1

Abgabetermin: Dienstag, 31.10.2023, 10:00 Uhr

---

**Aufgabe 1**

**(2+2=4 Punkte)**

Bringen Sie die erweiterte Koeffizientenmatrix  $(A|b)$ , wobei

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 10 \\ 2 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \text{ und } b := \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix},$$

per Gauß-Algorithmus in reduzierte Zeilenstufenform und bestimmen Sie eine Parametrisierung der Lösungsmenge.

---

**Aufgabe 2**

**(6 Punkte)**

Wir definieren drei Matrizen  $A_1, A_2, A_3 \in \text{Mat}(4 \times 5, \mathbb{R})$  und den Vektor  $b \in \mathbb{R}^4$  mit Hilfe folgender erweiterter Koeffizientenmatrizen: gegeben als

$$(A_1, b) := \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & -3 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right), (A_2, b) := \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -2 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right), (A_3, b) := \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Welche der Koeffizientenmatrizen liegen in Zeilenstufenform oder sogar in reduzierter Zeilenstufenform vor? Bestimmen Sie in diesen Fällen jeweils die Anzahl der Pivots.

---

**Aufgabe 3**

**(6 Punkte)**

Sei  $t \in \mathbb{R}$  ein Parameter. Schreiben Sie folgendes lineares Gleichungssystem in Matrixform  $Ax = b$  für eine Matrix  $A$  und einen Vektor  $b$ .

$$\begin{aligned} x + y - z &= 1 \\ 3x + y - z &= 1 \\ x - 2y + 2z &= t \end{aligned}$$

Bestimmen Sie  $\text{Lös}(A, b)$  in Abhängigkeit von  $t$ .

---

**Aufgabe 4**

**(4 Punkte)**

Beweisen Sie die Aussage per Induktion: Für alle  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \geq 1$  ist 133 Teiler von  $11^{n+1} + 12^{2n-1}$ .

---

Die zusammengetackerten Übungsblätter können im Postfachzimmer A16 des C-Gebäudes im 3. Stock im Briefkasten des jeweiligen Übungsleiters abgegeben werden.  
Das Repetitorium findet freitags von 10-12 Uhr im Hörsaal N09 statt.