

Übungen zur Vorlesung lineare Algebra 1
Wintersemester 2023/24

Blatt 1

Abgabetermin: Dienstag, 31.10.2023, 10:00 Uhr

Aufgabe 1

(2+2=4 Punkte)

Bringen Sie die erweiterte Koeffizientenmatrix $(A|b)$, wobei

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 10 \\ 2 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \text{ und } b := \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix},$$

per Gauß-Algorithmus in reduzierte Zeilenstufenform und bestimmen Sie eine Parametrisierung der Lösungsmenge.

Aufgabe 2

(6 Punkte)

Wir definieren drei Matrizen $A_1, A_2, A_3 \in \text{Mat}(4 \times 5, \mathbb{R})$ und den Vektor $b \in \mathbb{R}^4$ mit Hilfe folgender erweiterter Koeffizientenmatrizen: gegeben als

$$(A_1, b) := \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -3 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right), (A_2, b) := \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -2 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right), (A_3, b) := \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Welche der Koeffizientenmatrizen liegen in Zeilenstufenform oder sogar in reduzierter Zeilenstufenform vor? Bestimmen Sie in diesen Fällen jeweils die Anzahl der Pivots.

Aufgabe 3

(6 Punkte)

Sei $t \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Schreiben Sie folgendes lineares Gleichungssystem in Matrixform $Ax = b$ für eine Matrix A und einen Vektor b .

$$\begin{aligned} x + y - z &= 1 \\ 3x + y - z &= 1 \\ x - 2y + 2z &= t \end{aligned}$$

Bestimmen Sie $\text{Lös}(A, b)$ in Abhängigkeit von t .

Aufgabe 4

(4 Punkte)

Beweisen Sie die Aussage per Induktion: Für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$ ist 133 Teiler von $11^{n+1} + 12^{2n-1}$.

Die zusammengetackerten Übungsblätter können im Postfachzimmer A16 des C-Gebäudes im 3. Stock im Briefkasten des jeweiligen Übungsleiters abgegeben werden.
Das Repetitorium findet freitags von 10-12 Uhr im Hörsaal N09 statt.