UNIVERSITÄT TÜBINGEN
FACHBEREICH MATHEMATIK

Hannah Markwig
Lou-Jean Cobigo

Übungen zur Vorlesung lineare Algebra 1

Wintersemester 2023/24

Blatt 2 Abgabetermin: Dienstag, 07.11.2023, 10:00 Uhr

Aufgabe 1 (2 + 2 + 2 = 6 Punkte)

Seien $A, B, C \subset M$ drei Teilmengen einer größeren Menge M. Wir bezeichnen mit $\overline{A} := M \setminus A$ das *Komplement* von A in M (entsprechend für andere Teilmengen). Beweisen Sie:

(a) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

(b) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$.

(c) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$.

Aufgabe 2 (2 + 2 = 4 Punkte)

(a) Sei $f = sin : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto sin(x)$ die Sinusfunktion. Berechnen Sie $f^{-1}(\mathbb{Z})$ und anschließend $f(f^{-1}(\mathbb{Z}))$.

(b) Sei $g : M \to N$ eine Abbildung. Finden Sie hinreichende Bedingungen sodass $g(g^{-1}(N)) = N$ beziehungsweise $g^{-1}(g(M)) = M$ gilt.

Aufgabe 3 (2 + 3 = 5 Punkte)

(a) Sei M eine endliche Menge. Zeigen Sie, dass für die Mächtigkeit der Potenzmenge gilt: $\mathcal{P}(M) = 2^{|M|}$.

(b) Zeigen Sie, dass die Mengen $7\mathbb{Z} := \{7k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ und $12\mathbb{Z} := \{12k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ gleiche Mächtigkeit besitzen.

Aufgabe 4 (4 + 4) = 8 Punkte)

(a) Wir definieren

$$R := \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a \text{ is Teiler von } b\}.$$

Zeigen Sie, dass R eine Ordnungsrelation auf $\mathbb{N}$ ist, aber keine Totalordnung.

(b) Sei $M := \{1, 2, 3\}$ eine Menge. Wie viele Äquivalenzrelationen $R \subset M \times M$ gibt es?

Die zusammengetackerten Übungsblätter können im Postfachzimmer A16 des C-Gebäudes im 3. Stock im Briefkasten des jeweiligen Übungsleiters abgegeben werden.
Das Repetitorium findet freitags von 10-12 Uhr im Hörsaal N09 statt.