

# LINEARE ALGEBRA 1

## Übungsblatt 1

### Aufgabe 1: Schnitt zweier Geraden (25 Punkte)

a) Zeichnen Sie die folgenden Teilmengen des  $\mathbb{R}^2$ :

$$M_1 = \{(-1, 0) + t(3, 1) : t \in \mathbb{R}\}$$
$$M_2 = \{(4, -7) + t(1, -4) : t \in \mathbb{R}\}.$$

b) Bestimmen Sie durch Rechnung die Schnittmenge  $M_1 \cap M_2$ .

### Aufgabe 2: Äquivalenzrelationen (25 Punkte)

Welche der folgenden Relationen sind Äquivalenzrelationen auf  $M$ ? Begründen Sie Ihre Antworten.

a)  $M = \mathbb{Z}$ ,  $a|b \iff \exists r \in \mathbb{Z} : ar = b$

c)  $M = \mathbb{Q}$ ,  $a = b$

b)  $M = \mathbb{Q}$ ,  $a \leq b$

d)  $M = \mathbb{Z}$ ,  $aRb \iff |a - b| \leq 1$

### Aufgabe 3: Restklassen und Körper (25 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass  $\mathbb{Z}_2$  ein Körper ist.

b) Zeigen Sie, dass  $\mathbb{Z}_{15}$  kein Körper ist.

*Hinweis:* Zeigen Sie, dass  $[3]$  kein multiplikativ Inverses besitzt.

### Aufgabe 4: Funktionenraum (25 Punkte)

Sei  $M$  eine Menge und  $\mathbb{K}$  ein Körper. Zeigen Sie, dass die Menge  $\mathbb{K}^M$  aller Abbildungen  $M \rightarrow \mathbb{K}$  einen Vektorraum über  $\mathbb{K}$  bildet, wenn man Addition und Skalarmultiplikation punktweise definiert, d.h. für  $\lambda \in \mathbb{K}$  und  $f, g \in \mathbb{K}^M$  definieren wir

$$(f + g)(x) := f(x) + g(x), \quad (\lambda \cdot f)(x) := \lambda f(x), \quad \forall x \in M.$$

**Abgabe:** Bis spätestens 16.00 Uhr am Mittwoch den 25.04.2018 im Briefkasten Ihres Übungsleiters (Gebäude C, Raum links vom Eingang in Ebene 3).

**Englisch-Vokabeln** (freiwillig): Menge = set, Teilmenge = subset, Schnittmenge = intersection, Vereinigungsmenge = union, Funktion = function, eindeutig = unique, natürliche Zahl = natural number oder positive integer, ganze Zahl = integer, reelle Zahl = real number, komplexe Zahl = complex number, imaginäre Zahl = imaginary number, Zahlkörper = (number) field, abelsche Gruppe = Abelian group, reellwertig = real-valued, Äquivalenzrelation = equivalence relation, Restklasse = residue class, Vektor = vector, Matrix (Plural Matrizen) = matrix (plural matrices), Polarkoordinaten = polar coordinates, Polynom = polynomial.