

LINEARE ALGEBRA 1

Übungsblatt 6

Aufgabe 22: Matrizen invertieren (25 Punkte)

Invertieren Sie die folgenden Matrizen mit dem Gauß-Jordan-Verfahren (2.46 im Skript). Geben Sie explizit an, für welche Werte des Parameters $\lambda \in \mathbb{C}$ dies möglich ist.

$$(a) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 & 0 \\ \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \end{pmatrix} \quad (b) \quad B = \begin{pmatrix} i\lambda & -1 & i\lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & i & \lambda \end{pmatrix}$$

Aufgabe 23: Ein lineares Gleichungssystem (25 Punkte)

Benutzen Sie das Gaußsche Eliminationsverfahren (Skript S. 28), um die allgemeine Lösung des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ zu bestimmen mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 9 \\ -1 & -4 & 2 & 11 \\ -2 & -8 & 0 & 6 \\ -3 & -12 & 0 & 9 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 24: Keplersche Fassregel (25 Punkte)

Johannes Kepler gab 1615 in seiner *Nova steriometria* eine Formel für den Inhalt von Weinfässern an, die auf folgender Näherungsmethode beruht: Zur näherungsweise Berechnung von $\int_a^b f(x) dx$ betrachten wir die Stützstellen $x_0 = a$, $x_1 = (a + b)/2$ und $x_2 = b$ und setzen $y_k = f(x_k)$ für $k = 0, 1, 2$. Bestimmen Sie das zugehörige Interpolationspolynom p und zeigen Sie

$$\int_a^b p(x) dx = \frac{b-a}{6}(y_0 + 4y_1 + y_2).$$

Aufgabe 25: Methode der kleinsten Quadrate (25 Punkte)

Bestimmen Sie mit der Methode der kleinsten Quadrate die Ausgleichsgerade durch die folgenden Punkte im \mathbb{R}^2 : $(0, 2)$, $(3, 8)$, $(4, 9)$, $(1, 5)$.

Vokabeln: Formel = formula (Plural formulae oder formulas), Annahme = assumption, Voraussetzung (eines Satzes) = hypothesis [haipo(th)esis] (Plural hypotheses [haipo(th)esies]), elementare Zeilenumformung = elementary row operation, ähnliche Matrizen = similar matrices, Zeilenstufenform = row echelon [eschelon] form, nach x auflösen = solve for x , lösbar = solvable, eindeutig lösbar = uniquely solvable, universell lösbar = universally solvable, obere Dreiecksmatrix = upper triangular matrix, affiner Unterraum = affine [effain] subspace, Gaußsches Eliminationsverfahren = Gaussian elimination algorithm, Methode der kleinsten Quadrate = method of least squares.

Abgabe: Bis 16:00 Uhr am Mittwoch den 6.6.2018 im Briefkasten Ihres Übungsleiters (Gebäude C, Raum links vom Eingang in Ebene 3).