Universität Tübingen, Mathematisches Institut
Dr. Stefan Keppeler

Sommersemester 2018

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 7 (Abgabe 14.06.2018)

Aufgabe 31 (10 Punkte)
Sei $\vec{x} = (x, y, z)^T$ und $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$. Seien weiter $f, q : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit $f(\vec{x}) = \mathrm{e}^{xyz} + (z-y)\cos(xz)$ und $q(\vec{x}) = \langle \vec{x}, A\vec{x}\rangle$.

a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen f_x, f_y und f_z.
b) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen q_x, q_y und q_z.

Aufgabe 32 (keine Abgabe)
Sei $f : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y) = \log\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)$. Berechnen Sie f_x und f_y sowie $x\, f_x(x, y) + y\, f_y(x, y)$.

Aufgabe 33 (4+4+4+3 = 15 Punkte)
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & , \quad x^2 + y^2 > 0 \\ 0 & , \quad x = y = 0 \end{cases} .$$

a) Zeigen Sie: Die Funktion f ist stetig. Hinweis: $|xy| \leq x^2 + y^2$ (warum?)
b) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von f (für $\vec{x} \neq \vec{0}$).
c) Berechnen Sie alle Richtungsableitungen von f in $\vec{0}$.
d) Ist $\frac{\partial f}{\partial x}$ stetig?

Aufgabe 34 (2+3+5 = 10 Punkte)
Wir möchten das AWP

$$y' = \frac{3y}{x} - y^2 - \frac{3}{x^2}\,, \qquad y(2) = \tfrac{7}{6}$$

lösen.

a) Rechnen Sie nach, dass $y(x) = \frac{1}{x}$ die DGL löst (aber nicht das AWP).
b) Nun definieren wir u durch

$$y(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{u(x)}\,.$$

Welche DGL muss u erfüllen, damit y die Ausgangs-DGL löst?
c) Lösen Sie die DGL für u, und bestimmen Sie damit die Lösung das ursprünglichen AWPs.