

INTEGRALSÄTZE

Übungsblatt 1

Aufgabe 1: Länge der Zykloide (60 Punkte)

Ein Rad rollt auf der x -Achse. Die *Zykloide* ist diejenige Kurve, die ein markierter Punkt auf dem Rad in der xz -Ebene beschreibt. Das Rad habe Radius 1 und wir markieren denjenigen Punkt, der zu einem geeigneten Zeitpunkt den Ursprung der x -Achse berührt.

- a) Geben Sie eine Formel für diejenige Zeit-Parametrisierung $\gamma(t)$ der Zykloide an, bei der sich der Mittelpunkt des Rades mit Geschwindigkeit 1 in die positive x -Richtung bewegt und bei $t = 0$ über dem Ursprung der x -Achse liegt. (10 Punkte)
- b) Zeigen Sie, dass die Länge der Zykloide über eine volle Umdrehung des Rades 8 ist. Geben Sie dazu den vollständigen Rechenweg an. (50 Punkte)

Aufgabe 2: Bogenlänge in Polarkoordinaten (40 Punkte)

Eine Kurve γ in \mathbb{R}^2 sei in Polarkoordinaten (r, φ) beschrieben durch die Gleichung $r = f(\varphi)$ mit $a \leq \varphi \leq b$, wobei $f : [a, b] \rightarrow [0, \infty)$ eine gegebene C^1 -Funktion ist und $a, b \in [0, 2\pi]$ gegebene Konstanten sind.

- a) Geben Sie einen Ausdruck für $\gamma(\varphi)$ (in Cartesischen Koordinaten!) an. (Darin sollte f vorkommen.) (10 Punkte)
- b) Geben Sie einen möglichst einfachen Ausdruck für die Länge der Kurve γ an. (Das sollte ein Integral sein, in dem f und f' vorkommen.) Geben Sie auch hier den vollständigen Rechenweg an. (30 Punkte)

Abgabe: Am Freitag, 27.4.2018, in der Vorlesung.