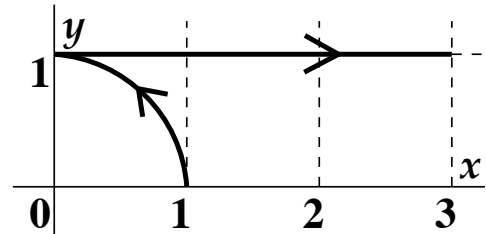


INTEGRALSÄTZE

Übungsblatt 2

Aufgabe 3: Ein Wegintegral (30 Punkte)

Berechnen Sie $\int_{\gamma} x dx + y^2 dy$; dies ist eine andere Notation für $\int_{\gamma} (x, y^2) (dx, dy)^t$, also das Wegintegral des Vektorfeldes $\underline{f}(x, y) = (x, y^2)^t$. Hierbei sei γ ein Viertelkreis um $(0, 0)$ entgegen dem Uhrzeigersinn von $(1, 0)$ nach $(0, 1)$, gefolgt von der Strecke von $(0, 1)$ nach $(3, 1)$, wie in der Abbildung gezeigt.



Aufgabe 4: Ein Wegintegral zum Aharonov-Bohm-Effekt (70 Punkte)

Sei das Vektorfeld \underline{A} in $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ gegeben durch

$$\underline{A}(x, y) = \frac{b}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$$

mit einer beliebigen Konstanten $b \in \mathbb{R}$. Der geschlossene Weg γ umlaufe den Ursprung entgegen dem Uhrzeigersinn, gegeben in Polarkoordinaten (r, φ) durch die Gleichung $r = f(\varphi)$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, mit einer C^1 -Funktion $f : [0, 2\pi] \rightarrow (0, \infty)$, die $f(2\pi) = f(0)$ erfüllt. Zeigen Sie, dass

$$\int_{\gamma} \underline{A} \cdot d\underline{x} = 2\pi b,$$

unabhängig von der Wahl von f .

Abgabe: Am Freitag, 4.5.2018, in der Vorlesung.