

INTEGRALSÄTZE

Übungsblatt 6

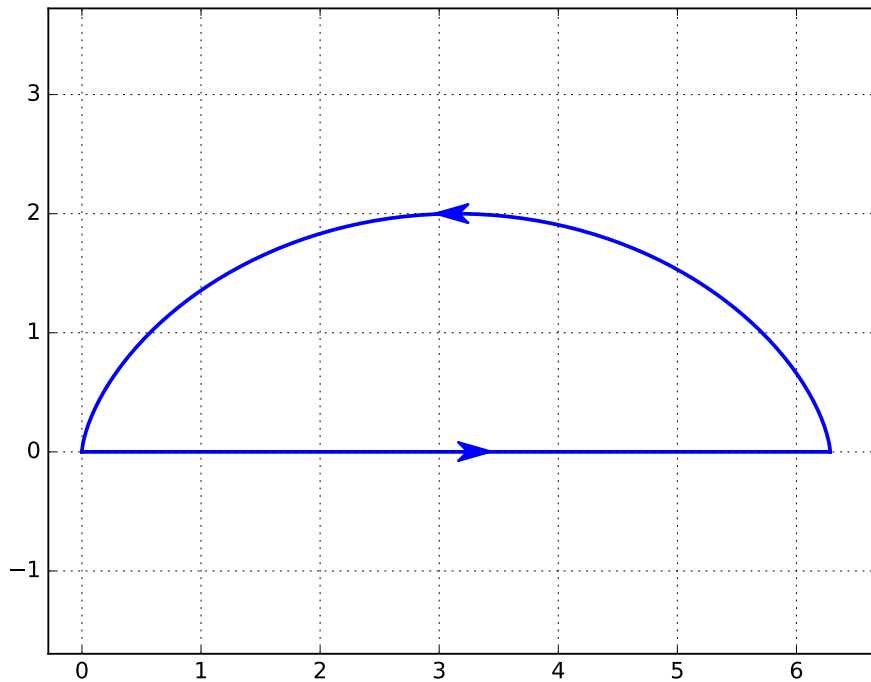
Aufgabe 11: Anwendung des Greenschen Integralsatzes (30 Punkte)

Zeigen Sie: Ist der geschlossene Weg $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ stückweise C^1 , injektiv auf $[a, b)$ und positiv orientiert, dann ist für die von γ umlaufene Region B

$$\text{Flächeninhalt}(B) = \frac{1}{2} \int_{\gamma} x \, dy - y \, dx .$$

Aufgabe 12: Anwendung von Aufgabe 11 (30 Punkte)

Sei $\gamma(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$ für $t \in [0, 2\pi]$ eine Periode der Zykloide wie in Aufgabe 1, und sei B die zwischen der Zykloide und dem Intervall $[0, 2\pi]$ auf der x -Achse eingeschlossene Fläche. Man berechne den Flächeninhalt von B .



Aufgabe 13: Integralsatz von Cauchy (40 Punkte)

Beweisen Sie, indem Sie \mathbb{C} als \mathbb{R}^2 auffassen, aus dem Integralsatz von Green (in Rotations- und Divergenzform) den

Integralsatz von Cauchy. Sei $U \subseteq \mathbb{C}$ offen, $h : U \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph, der geschlossene Weg γ in U stückweise C^1 , injektiv auf $[a, b)$ und positiv orientiert. Dann ist

$$\int_{\gamma} h(z) \, dz = 0 .$$

(Tipp: Betrachten Sie $d\underline{x} = (\operatorname{Re} dz, \operatorname{Im} dz)$ und $\underline{f} = (\operatorname{Im} h, \operatorname{Re} h)$ – Achtung Reihenfolge!)

Abgabe: Am Freitag, 8.6.2018, in der Vorlesung.