Stefan Teufel
Mathematisches Institut, Universität Tübingen

Sommersemester 2019
17. Juni 2019

Einführung Funktionentheorie

Übungsblatt 8

Aufgabe 22: Laurentreihen

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(z) = \frac{1}{1-z^2} + \frac{1}{3-z}$$

in Laurentreihen der Form

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n \,.$$

Wieviele solcher Darstellungen gibt es und in welchen Gebieten sind sie jeweils gültig? Bestimmen Sie in jedem Fall die Koeffizienten explizit.

Aufgabe 23: Homotope Wege sind homolog

Es seien $\gamma_j : [0,1] \to U$, $j \in \{0,1\}$, stetig differenzierbare Wege in einem Gebiet $U \subset \mathbb{C}$ mit denselben Start- und Endpunkten, also $\gamma_0(0) = \gamma_1(0) = z_0$ und $\gamma_0(1) = \gamma_1(1) = z_1$. Weiterhin existiere eine stetig differenzierbare Homotopie bei festen Endpunkten, also eine stetig differenzierbare Abbildung $H : [0,1] \times [0,1] \to U$ mit $H(0,\cdot) = \gamma_0$, $H(1,\cdot) = \gamma_1$, $H(\cdot,0) \equiv z_0$ und $H(\cdot,1) \equiv z_1$.

Zeigen Sie, dass der Zyklus $\Gamma := \gamma_0 - \gamma_1$ nullhomolog ist und formulieren Sie eine homotope Version des Cauchy'schen Integralsatzes, indem Sie den allgemeinen Cauchy'schen Integralsatz auf die Situation in dieser Aufgabe anwenden.

Abgabe: Bis spätestens 10.00 Uhr am **Dienstag den 25.06.2019** im Briefkasten Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin. Die Briefkästen befinden sich im Gebäude C, Raum links vom Eingang in Ebene 3.