
MATHEMATIK FÜR PHYSIKER 2 / LINEARE ALGEBRA 1

Übungsblatt 5

Aufgabe 18: Drehmatrizen im \mathbb{R}^3

Wir betrachten im \mathbb{R}^3 die Drehungen X_i , $i = 1, 2, 3$ um $\pi/2$ im positiven Drehsinn um die x_i -Achse (bei rechtshändiger Anordnung der Achsen). Bestimmen Sie die zugehörigen Matrizen bzgl. der kanonischen Basis sowohl für X_i als auch für X_i^{-1} . Bestimmen Sie durch geometrische Betrachtungen $X_1^{-1}X_2X_1$ und überprüfen Sie Ihr Ergebnis indem Sie die Matrixmultiplikation ausführen.

Aufgabe 19: Basiswechsel

Seien $a, b \in \mathbb{R}^2$ linear unabhängig. Wir betrachten die lineare Abbildung $P_{a,b} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ die $v = \alpha a + \beta b$ auf

$$P_{a,b}v = \alpha a \quad (*)$$

abbildet. Machen Sie sich die geometrische Bedeutung dieser Abbildung anhand einer Skizze für den Fall $a = (1, 0)$ und $b = (1, 1)$ klar.

Bestimmen Sie dann die Matrix zu $P_{a,b}$ (wieder für allgemeine lin. unabh. Vektoren $a, b \in \mathbb{R}^2$) zunächst bezüglich der Basis $\mathcal{A} = (a, b)$ und dann bezüglich der kanonischen Basis $\mathcal{K} = (e_1, e_2)$ unter Verwendung des Satzes 2.36 über Basiswechsel aus der Vorlesung.

Überprüfen Sie Ihr Ergebnis indem Sie (*) nochmals explizit für die erhaltene Matrix nachrechnen.

Aufgabe 20: Zeilenstufenform

Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix, indem Sie sie auf Zeilenstufenform bringen.

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -2 & -1 & 3 \\ 6 & 1 & -1 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 21: Matrizen invertieren

Invertieren Sie die folgenden Matrizen. Geben Sie explizit an, für welche Werte des Parameters $\lambda \in \mathbb{C}$ dies möglich ist.

$$(a) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 & 0 \\ \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \quad B = \begin{pmatrix} i\lambda & -1 & i\lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & i & \lambda \end{pmatrix}$$

Abgabe: Bis spätestens 8.00 Uhr am Freitag den 24.05.2019 im Briefkasten Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin. Die Briefkästen befinden sich im Gebäude C, Raum links vom Eingang in Ebene 3.