

Mathematik II für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 1 (Abgabe am 25.04.2019)

Aufgabe 1

(keine Abgabe)

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

a) $\int \sin^3 x \, dx$ b) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$ c) $\int \sin^5 x \, dx$

Aufgabe 2

(15 Punkte)

Berechnen Sie:

a) $\int_1^\infty \frac{7x+9}{x^3+4x^2+3x} \, dx$ b) $\int_1^\infty \frac{9x+18}{x^3+6x^2+9x} \, dx$ c) $\int_1^\infty \frac{4x-4}{(x^2-2x+2)^2} \, dx$

Aufgabe 3

(15 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme.

a) $y' y - \sin x = 1, \quad y(\frac{\pi}{2}) = -\sqrt{\pi}$
b) $y' = (\cos y - e^y) \log x, \quad y(2) = 0$
c) $(x^2 + 3x + 2)y' = (x^2 + x + 2)y, \quad y(0) = \frac{1}{16}$

Aufgabe 4

(keine Abgabe)

Die Funktion

$$\Gamma(s) := \int_0^\infty t^{s-1} e^{-t} \, dt$$

ist für alle $s \in \mathbb{R}^+$ wohldefiniert. (Warum?)

- Berechnen Sie $\Gamma(1)$.
- Zeigen Sie: $\Gamma(s+1) = s \Gamma(s) \quad \forall s > 0$. HINWEIS: Partielle Integration.
- Bestimmen Sie $\Gamma(17)$.
- Zeigen Sie:

$$\frac{1}{x^s} = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty t^{s-1} e^{-xt} \, dt \quad \forall x \in \mathbb{R}^+ \quad \text{HINWEIS: Substitution.}$$

Auf der Rückseite gibt's Zusatzpunkte.

Aufgabe 5

(10 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 02.06.19 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Integration by parts*,
- *Integration by parts: definite integrals*,
- *Reverse chain rule*,
- *Partial fraction expansion* und
- *Integration with partial fractions*.

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie einen Punkt. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 2 Punkte gut.

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- a) Machen Sie sich auf www.khanacademy.org einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- b) Um eine bestimmte *Skill* zu üben, geben Sie z.B. in das Suchfeld den Namen der *Skill* ein (z.B. *Partial fraction expansion*). Schränken Sie ggf. das Suchergebnis auf *Exercises* ein. Wenn Sie genügend Aufgaben in Folge richtig beantwortet haben, erreichen Sie den Status *Practiced*.
- c) Die Status *Level One*, *Level Two* und *Mastered* können Sie nur durch *Mastery Challenges* erreichen, die Ihnen angeboten werden, wenn Sie den nächst niedrigeren Status bereits vor einer Weile erreicht haben.
- d) Damit Ihr*e Übungsgruppenleiter*in Ihren Fortschritt sehen (und dafür Zusatzpunkte gutschreiben) kann, müssen Sie sie/ihn zu Ihrem *Coach* machen. Dazu benötigen Sie ihren/seinen *Class code*, welchen Sie in den Übungsgruppen erhalten. (Wenn Sie vor dem Eintragen des *Class codes* bereits mit Ihrem Account geübt haben, dann wird Ihr Fortschritt auch nachträglich für Ihre*n Übungsgruppenleiter*in sichtbar.)