Universität Tübingen, Mathematisches Institut Sommersemester 2019
Dr. Stefan Keppeler

Mathematik II für Naturwissenschaftler∗innen

Übungsblatt 10 (Abgabe 04.07.2019)

Aufgabe 44 [6] (10 Zusatzpunkte)

Für welche $(r, u, v) \in [0, 1) \times \mathbb{R}^2$ ist die Funktion

$$f(r, u, v) = \begin{pmatrix} x(r, u, v) \\ y(r, u, v) \\ z(r, u, v) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 + r \sin u) \cos v \\ (1 + r \sin u) \sin v \\ r \cos u \end{pmatrix}$$

lokal umkehrbar? Was für ein Objekt ist durch die Teilmenge

$$\left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, \vec{x} = f(r, u, v)\,,\ 0 \leq r \leq \tfrac{1}{2}\,,\ 0 \leq u < 2\pi\,,\ 0 \leq v < 2\pi \right\} \subset \mathbb{R}^3$$

gegeben?

Aufgabe 45 (10 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y) = \mathrm{e}^{-x^2 - y^2 - 2x + 4y}$.

a) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von f.
b) Bestimmen Sie alle potentiellen Extremstellen von f unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 9$. Können Sie entscheiden, ob es sich tatsächlich um Minima oder Maxima handelt?
c) Sei $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2 + y^2 \leq 9\}$. Bestimmen Sie $\max\limits_{(x,y)\in D} f(x, y)$ und $\min\limits_{(x,y)\in D} f(x, y)$.

Hinweis: Denken Sie neben Satz 37 auch an Satz 28.

Aufgabe 46 [6] (10 Zusatzpunkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x, y) = x^2 y^2$. Bestimmen Sie Minimum und Maximum von f auf $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2 + y^2 \leq 1\}$. Wo werden Minimum und Maximum angenommen?

Aufgabe 47 (10 Punkte)

Bestimmen Sie die Masse m des inhomogenen Einheitswürfels $W = [0, 1]^3$ mit Dichte

$$f(x, y, z) = x^2 y\, \mathrm{e}^{xyz} + z\, \mathrm{e}^{xz}\,,$$

d.h. berechnen Sie $m := \int_W f \,\mathrm{d}V$.

---

[6] Zusatzaufgaben werden evt. nicht (oder nicht vollständig) in den Übungsgruppen besprochen.