

# Analysis 1, SS 2020

Klaus Kröncke

## Übungsblatt 12

Montag, 20. Juli 2020

---

Dieses zusätzliche Übungsblatt soll Ihnen die Möglichkeit geben, auch die Kapitel über Integration in Form von Beispielen aufzuarbeiten, was im Rahmen der regulären Übungsblätter aus zeitlichen Gründen nicht mehr möglich war.

### Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden bestimmten und unbestimmten Integrale:

1.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(x) \cos(x) dx$ .
2.  $\int \frac{1}{\sin(x)} dx$ , substituieren Sie  $z = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ .

### Aufgabe 2

Berechnen Sie die folgenden bestimmten und unbestimmten Integrale:

1.  $\int_0^{2\pi} \cos(kx) dx$  für  $k \in \mathbb{N}$ .
2.  $\int \frac{2x^5 + 7x^4 + 9x^3 + 9x^2 + 6x - 5}{x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 4} dx$ .

### Aufgabe 3

Sei  $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \arctan(x)$ .

1. Finden Sie die Taylorreihenentwicklung von  $f$  mit Hilfe gliedweiser Integration.
2. Bestimmen Sie eine Reihendarstellung für  $\frac{\pi}{4}$  und  $\pi$ .

### Aufgabe 4

1. Zeige Sie, für  $y \in (0, \infty)$  ist das uneigentliche Integral

$$\int_0^{\infty} x^{y-1} \cdot \exp(-x) dx$$

konvergent.

2. Die Funktion  $\Gamma : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R} : y \mapsto \int_0^{\infty} x^{y-1} \cdot \exp(-x) dx$  erfüllt die Funktionalgleichung

$$\Gamma(y+1) = y \cdot \Gamma(y)$$

für  $y \in (0, \infty)$ .

3. Für  $n \in \mathbb{N}$  gilt  $\Gamma(n+1) = n!$ .
-