Lösungs~~menge~~raum

$Ax = b$ LGS

$Lu = b$ $\qquad A \in M(m \times n, K)$

$\qquad\qquad A$

Bem LGS lösbar $\Leftrightarrow b \in \text{Bild}(L_A)$

$\Leftrightarrow \operatorname{Rg} A = \operatorname{Rg} \underbrace{(A \mid b)}_{\text{erw. Matrix}}$

span(Spalten) $\qquad m \times (n+1)$

3.5 Satz $\mathcal{L}_b := \{ u \in V : Lu = b \}$

$\mathcal{L}_0 = \operatorname{Ker}(L)$

Wenn $Lu_b = b$, dann $\mathcal{L}_b = u_b + \mathcal{L}_0$ $\quad \{u_b + u_0 : u_0 \in \mathcal{L}_0\}$

" $u_{allg} = u_{spez.} + u_{hom, allg.}$ "

Bew "$\subseteq$": $Lu = b \Rightarrow L(u - u_b)$

$= Lu - Lu_b$

$= b - b = 0$

$\Rightarrow \underbrace{u - u_b}_{u_0} \in \mathcal{L}_0 \Rightarrow u = u_b + u_0$.

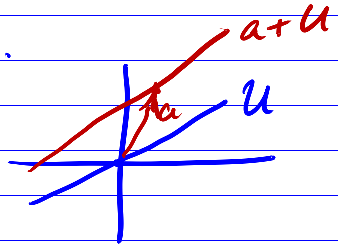
"$\supseteq$": $L\underbrace{(u_b + u_0)}_{\in \mathcal{L}_b} = Lu_b + Lu_0$

$= b + 0 = b$ $\qquad \square$

3.6 **Bem** $\mathcal{L}_b$ ist also ein affiner Unterraum

d.h. ein um einen Vektor verschobener Unterraum.

$a + U$



Bem $Lu = b$ ist ~~$b \in \mathrm{Bild}\, L$~~ entweder für jedes $b \in \mathrm{Bild}\, L$ eind. lösbar oder für kein $b \in \mathrm{Bild}\, L$ eind. lösb.

Bew $\# \mathcal{L}_b = \#(u_b + \mathcal{L}_0) = \# \mathcal{L}_0$ $\square$

Bem $Lu = b$ eind. lösbar für $b \in \mathrm{Bild}\, L$ $\iff$ $\mathrm{Kern}\, L = \{0\}$

$\iff$ L inj.

$Lu = b$ universell lösbar $\iff$

$\mathrm{Bild}\, L = W \iff L$ surj.

Wenn $m = n$ und A regulär,

$Ax = b$ univ. und eind. lösbar, und

die Lös ist $x = A^{-1} b$.