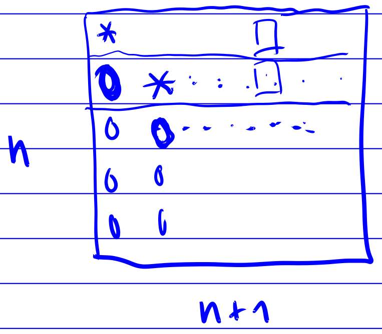
Rechenaufwand: Wie viele Mult./Div.?

(sagen wir $m=n$)



$$\underset{\uparrow}{R_2} - \frac{a_{21}}{a_{11}} \cdot \underset{\uparrow}{R_1}$$

$1+n$ Op. für Zeile 2

$1+n$ für Zeile 3

⋮

$1+n$ Op. Zeile n

$$\underline{\hphantom{xxxxxxxxxxxx}}$$

$$(n-1)+n(n-1) = n^2-1$$

$R_3 - \frac{a_{32}}{a_{22}} R_2$ $\quad 1+(n-1)$ für Zeile 3

⋮

$1+(n-1)$ für Zeile n

$$\underline{\hphantom{xxxxxxxxxxxx}}$$

$$n(n-2) = n^2-2n$$

⋮

gesamt: $(n-1)(n+1)+(n-2)n$

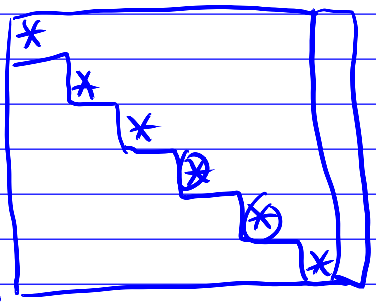
$$+(n-3)(n-1)+\ldots$$

$$= \frac{n^3}{3} + O(n^2)$$

Landau-Notation $f(n) = O(g(n))$

$\Longleftrightarrow$ $\frac{f(n)}{g(n)}$ beschr. $(n \to \infty)$

Rücksubstitution :



$$x_n = \frac{b_n}{a_{nn}} \quad 1 \text{ Op.}$$

$$x_{n-1} = \frac{b_{n-1} - a_{n-1,n} x_n}{a_{n-1,n-1}} \quad 2 \text{ Op.}$$

$$x_{n-2} = \frac{b_{n-2} - a_{..} x_n - a_{..} x_{n-1}}{a_{..}} \quad 1+2 \text{ Op}$$

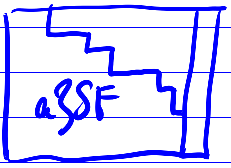
x_{n-k} : $1+k$ Op.

Gesamt : $1+2+3+4.. + n = \frac{n(n+1)}{2}$

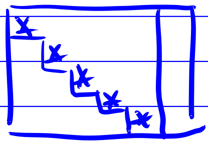
$= O(n^2)$.

Vergleich: Gauß-Verf. vs. Gauß-Jordan-Verf.

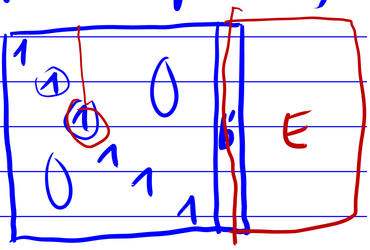
$n\left[\begin{array}{c|c} A & b \end{array}\right]$ führt auf
$\quad n \quad 1$



oder (falls ∄ fr. Var.)



mache Pivots $=1$ und Einträge darüber $=0$. (falls ∄ fr. Var.)



Lsg. finden: Rücksubstitution ablesen

Anz. Mult.: $\frac{n^3}{3}+O(n^2)$

$n+\overset{(n-1)}{\cancel{n}}\cdot n$

$n\cdot 1+(n-1)(n-1)$

$n-2+(n-1)(n-2)$

$n-3+(n-1)(n-3)$

$n-k+(n-1)(n-k)$

$n^2+n(n-1)+n(n+2)$
$+\ldots$

$=n\cdot\frac{n(n-1)}{2}=\frac{n^3}{2}+O(n^2)$

50% mehr

für Berechnung von A^{-1}

$n\cdot(2n)+n\cdot(2n-1)$
$+n\cdot(2n-2)+\ldots$

$=\frac{3n^3}{2}+O(n^2)$

nochmal 200% mehr.

$Ax=b \quad , \quad b_1, b_2, \ldots, b_5$

$A^{-1}, \quad x_1=A^{-1}b_1, \quad \ldots, \quad x_5=A^{-1}b_5$