

6.15 Satz $V, \langle \cdot, \cdot \rangle$

Parallelogrammgleichung

$$\|u+v\|^2 + \|u-v\|^2 = 2\|u\|^2 + 2\|v\|^2$$



Polarisationsgleichung

$$\langle u, v \rangle = \frac{1}{4} \left(\|u+v\|^2 - \|u-v\|^2 \right) \\ \text{für } K = \mathbb{R}$$

$$\langle u, v \rangle = \frac{1}{4} \left(\|u+v\|^2 - \|u-v\|^2 \right. \\ \left. + i \|u-iv\|^2 - i \|u+iv\|^2 \right) \\ \text{für } K = \mathbb{C}.$$

6.16 Def

a) $L \in \mathcal{L}(V, W)$ zwischen normierten Räumen. L heißt Isometrie, wenn $\|Lu\|_W = \|u\|_V \quad \forall u \in V$.

b) Eine surj. Isometrie zwischen Sk.Pr.-räumen V, W heißt eine unitäre Abb., für $K = \mathbb{R}$ und $V = W$ auch orthogonale Abb.