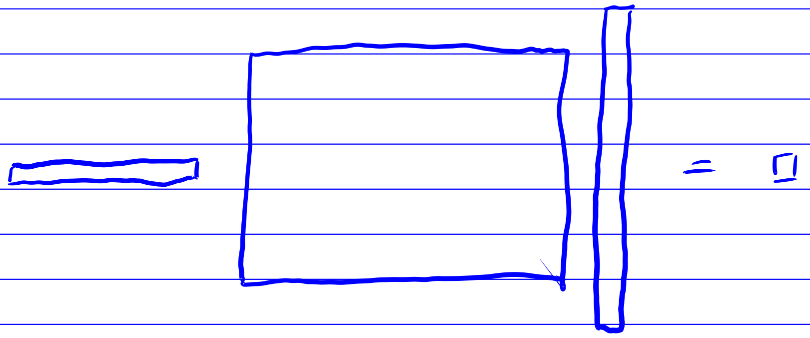
Duale Abbildung



$$\begin{array}{ccc} w' & L & v \\ \rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} \\ W' & V \to W & V \end{array}$$

$$w' \circ L \in V'$$

6.2a Def duale Abb. L' zu $L \in \mathcal{L}(V,W)$

ist $L'(w') := w' \circ L$,

$L' \in \mathcal{L}(W', V')$

Def Geg. $\langle \cdot,\cdot \rangle_V$ und $\langle \cdot,\cdot \rangle_W$, kann man V mit V' identifizieren gemäß der semilinearen Bij $J_V : V \to V'$, $J_V(v) = \langle v, \cdot \rangle_V$.

Ebenso W.

$$\begin{array}{ccc} V & & W \\ J_V \downarrow & & \downarrow J_W \\ V' & \xleftarrow{L'} & W' \end{array}$$

$L^* = J_V^{-1} L' J_W$ heißt die adjungierte Abb.

$L^* : W \to V$

Bem 1) $\langle w, Lv \rangle_W = \langle L^* w, v \rangle_V \quad \forall v \in V, w \in W$

2) Ist $\mathcal{A}$ ONB in V, $\mathcal{B}$ ONB in W, dann

$$M^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}(L^*) = M^{\mathcal{B}}_{\mathcal{A}}(L)^*$$

Die adj. Abb. hat die adj. Matrix.

6.32 Korollar $(V, \langle\cdot,\cdot\rangle_V)$ und $(W, \langle\cdot,\cdot\rangle_W)$ geg., $\dim V = \dim W < \infty$, $L \in \mathcal{L}(V, W)$.

L ist unitär $\Longleftrightarrow$ $L^* = L^{-1}$.