

6.34 Satz Sei S eine unitäre $n \times n$ Matrix.

a) $|\lambda| = 1 \quad \forall \text{ EWe } \lambda \text{ von } S.$

b) $|\det S| = 1$

Bew a) $Su = \lambda u, \quad 0 \neq u \in \mathbb{K}^n,$
($\mathbb{K} = \mathbb{C}$ oder \mathbb{R})
 $\lambda \in \mathbb{K}$

Dann $\|u\| = \|Su\| = \|\lambda u\| = |\lambda| \|u\|$

wg $u \neq 0, \|u\| \neq 0, 1 = |\lambda|.$

$$\begin{aligned} \text{b) } 1 = \det(E) &= \det(S^* S) \\ &= \det(S^*) \det(S) \\ &= \overline{\det(S)} \det(S) \\ &= |\det(S)|^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |\det(S)| = 1. \quad \square$$

Für orth. Matrizen folgt $\det S = \pm 1.$

$$\begin{pmatrix} -1 & \\ & -1 \end{pmatrix} = R_\pi = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

für $\varphi = \pi.$