

7.14 Def $T = T^*$ heißt

positiv definit, falls $\langle u, Tu \rangle \stackrel{>0}{\geq} 0$

$\forall u \neq 0 \in V$.

positiv semidefinit, falls

(positiv) $\langle u, Tu \rangle \geq 0 \quad \forall u \in V$.

indefinit falls $\exists u, v \in V$:

$\langle u, Tu \rangle > 0$ und

$\langle v, Tv \rangle < 0$.

negativ definit etc.

Man schreibt auch $T \geq 0$, wenn

T pos. semidef.,

$S \leq T$, wenn $T - S$ pos. semidef.

7.15 Korollar Sei denn $V < \infty$, $T = T^*$.

• T pos. def. \Leftrightarrow alle $E\lambda_i E > 0$

• T pos. semidef. \Leftrightarrow alle $E\lambda_i E \geq 0$

• T indef. \Leftrightarrow manche $E\lambda_i E > 0$,
manche $E\lambda_i E < 0$

Beweis $\langle u, Tu \rangle = Q(u) = \sum \lambda_k |u_k|^2 \quad \square$