

## Mathematik II für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 1 (Abgabe am 23.04.2020)

---

### Aufgabe 1

(9 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

a)  $\int \cos^3 x \, dx$     b)  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$     c)  $\int \cos^5 x \, dx$

### Aufgabe 2

(1+6+2 = 9 Punkte)

a) Zeichnen Sie den Graph von  $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$ .

b) Berechnen Sie

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \left( \int_{-1}^{-\varepsilon} \frac{dx}{x} + \int_{\varepsilon}^1 \frac{dx}{x} \right), \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \left( \int_{-1}^{-\varepsilon} \frac{dx}{x} + \int_{2\varepsilon}^1 \frac{dx}{x} \right) \quad \text{und} \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \left( \int_{-1}^{-\varepsilon} \frac{dx}{x} + \int_{\varepsilon^2}^1 \frac{dx}{x} \right).$$

c) Begründen Sie, warum  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x}$  nicht existiert. Nehmen Sie dabei Bezug auf die Aufgabenteile (a) und/oder (b).

ERINNERUNG: Für  $F(x) = \log|x|$  gilt  $F'(x) = \frac{1}{x} \forall x \neq 0$ , denn (Kettenregel)

$$F(x) = \log|x| = \begin{cases} \log x, & x > 0 \\ \log(-x), & x < 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad F'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x > 0 \\ \frac{1}{(-x)}(-1), & x < 0 \end{cases}.$$

### Aufgabe 3

(15 Punkte)

Berechnen Sie:

a)  $\int_1^{\infty} \frac{7x+9}{x^3+4x^2+3x} \, dx$     b)  $\int_1^{\infty} \frac{9x+18}{x^3+6x^2+9x} \, dx$     c)  $\int_1^{\infty} \frac{2x^2-8x-8}{(x^2+4)^2} \, dx$

### Aufgabe 4

(10 Zusatzpunkte)

Die Funktion

$$\Gamma(s) := \int_0^{\infty} t^{s-1} e^{-t} \, dt$$

ist für alle  $s \in \mathbb{R}^+$  wohldefiniert. (Warum?)

a) Berechnen Sie  $\Gamma(1)$ .

b) Zeigen Sie:  $\Gamma(s+1) = s \Gamma(s) \forall s > 0$ . HINWEIS: Partielle Integration.

c) Bestimmen Sie  $\Gamma(20)$ .

d) Zeigen Sie:

$$\frac{1}{x^s} = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^{\infty} t^{s-1} e^{-xt} \, dt \quad \forall x \in \mathbb{R}^+ \quad \text{HINWEIS: Substitution.}$$

## Aufgabe 5

(100 Zusatzpunkte)

Auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) können Sie selbständig Mathematik üben und dabei vor allem auch Schulstoff wiederholen. Auf den Übungsblättern und in den Übungen werden wir regelmäßig darauf hinweisen, welche *Skills*, *Missions etc.* gerade sinnvoll sind.

Für Ihre Aktivitäten auf KHANACADEMY können Sie Zusatzpunkte erhalten. Wir vergeben die Zusatzpunkte für die Anzahl *Skills*, für die Sie im Zeitraum vom 01.04.2020 bis zum 12.07.2020 den Status *Mastered* erreicht haben, und zwar:

<i>Skills Mastered</i>	<40	40–79	80–119	120–159	160–199	200–249	≥250
Zusatzpunkte	–	50	60	70	80	90	100

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- Benutzen Sie die *englische* Version der Seite.
- Machen Sie sich auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- Um eine bestimmte *Skill* zu üben, geben Sie z.B. in das Suchfeld den Namen der *Skill* ein (z.B. *Powers of the imaginary unit*). Schränken Sie ggf. das Suchergebnis auf *Exercises* ein. Wenn Sie genügend Aufgaben in Folge richtig beantwortet haben, erreichen Sie den Status *Practiced*.
- Die Status *Level One*, *Level Two* und *Mastered* können Sie nur durch *Mastery Challenges* erreichen, die Ihnen angeboten werden, wenn Sie den nächst niedrigeren Status bereits vor einer Weile erreicht haben. Wenn Ihnen keine *Mastery Challenges* angeboten werden, wählen Sie eine *Mission* aus, am besten eine, der die aktuellen *Skills* entstammen oder *The World of Math* (enthält alles).
- Damit Ihr\*e Übungsgruppenleiter\*in Ihren Fortschritt sehen (und dafür Zusatzpunkte gutschreiben) kann, müssen Sie sie/ihn zu Ihrem *Coach* machen. Dazu benötigen Sie ihren/seinen *Class code*, welchen Sie in der Übungsgruppe erhalten.

Sinnvolle *Skills* diese Woche sind z.B.

- *Integration by parts*,
- *Integration by parts: definite integrals*,
- *Reverse chain rule*,
- *Partial fraction expansion* und
- *Integration with partial fractions*.