

Mathematik II für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 11 (Abgabe am 09.07.2020)

Aufgabe 48 (10 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils den Fluss (von innen nach außen) der Vektorfelder $\vec{v}_1(\vec{x}) = \vec{x}$ und $\vec{v}_2(\vec{x}) = (\cos y, z, x^2)^T$ durch die Oberfläche ∂T des Torus' aus den Aufgaben 30 und 47.

Aufgabe 49 (10 Punkte)

Berechnen Sie $\oint_{\mathfrak{K}} \vec{v} d\vec{x}$ für

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^2 + z \\ \tanh y \\ \cos y - 4x \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathfrak{K} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 + 2 \cos t \\ 7 \\ 2 \sin t - 1 \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Aufgabe 50 (5 Punkte)

Nach dem Verpacken von sechs verschiedenen Geschenken kann Geli den Inhalt nicht mehr erkennen. Eines war für Klaus, zwei für Lothar und drei für Susanne. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei zufälliger Verteilung der Geschenke (in der richtigen Anzahl!) alle die richtigen erhalten?

Aufgabe 51 (Wiederholung: Summen, Reihen, Integrale)¹ (20 Zusatzpunkte)

Sei (für $p, \lambda, \sigma > 0, \mu \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$)

$$b(k; n, p) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad P(k; \lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad f_{\mu, \sigma^2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Berechnen Sie:

a) $\sum_{k=0}^n b(k; n, p), \quad \sum_{k=0}^n k b(k; n, p), \quad \sum_{k=0}^n k^2 b(k; n, p),$

b) $\sum_{k=0}^{\infty} P(k; \lambda), \quad \sum_{k=0}^{\infty} k P(k; \lambda), \quad \sum_{k=0}^{\infty} k^2 P(k; \lambda),$

c) $\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\mu, \sigma^2}(x) dx, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x f_{\mu, \sigma^2}(x) dx, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_{\mu, \sigma^2}(x) dx,$

HINWEIS: $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi},$

d) $\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\mu_1, \sigma_1^2}(y) f_{\mu_2, \sigma_2^2}(x-y) dy, \quad \text{ERGEBNIS: } f_{\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2}(x).$

¹Zu dieser Aufgabe wird kein Lösungsvideo veröffentlicht, sie wird auch nicht in den Übungen besprochen. Wir helfen aber gerne bei der Bearbeitung, wenn Sie z.B. Fragen oder Lösungsansätze im Webforum posten.