Universität Tübingen, Mathematisches Institut
Dr. Stefan Keppeler

Sommersemester 2021

Mathematik 2 für Naturwissenschaftler∗innen

Anleitung 1 zur Vorbereitung auf die Vorlesung am 22.04.21

8.2 Partialbruchzerlegung

Beispiel:

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^2+x}\,\mathrm{d}x \qquad \text{https://youtu.be/e1AqVgE33SA (4 min)} \tag{1}$$

OK, das hat geklappt. Aber wie kommen wir (oder die Feen) auf diese Zerlegung?

$$\frac{1}{x^2+x} = \dots \qquad \text{https://youtu.be/v-KQCTDnpXw (3 min)} \tag{2}$$

Zerlegen Sie selbst:

$$\frac{2x^2-3x-3}{x^3-x} = \dots \tag{3}$$

Noch schneller geht's mit der *Zuhaltemethode!*

https://youtu.be/e2b4pOORОjk (5 min) (4)

Und was machen wir bei mehrfachen Nullstellen?

$$\frac{x-1}{(x+1)^2} = \dots \qquad \text{https://youtu.be/I1B1YqZO9B8 (5 min)} \tag{5}$$

Was ist mit komplexen Nullstellen?

$$\int_1^\infty \frac{x^2-1}{(x^2+1)^2} = \dots \qquad \text{https://youtu.be/AuevCYw0CFc (12 min)} \tag{6}$$

Damit sind wir für's Übungsblatt gerüstet!

Wenn Sie trotzdem zuerst noch ein weiteres Beispiel anschauen möchten (nicht notwendig, aber erlaubt): https://youtu.be/GV0LBiY1vTQ (10 min, optional)

Übrigens . . .

Übrigens: In allen Beispielen war der Zählergrad (ZG) des Integranden kleiner als der Nennergrad (NG). Hilft die Partialbruchzerlegung auch, wenn ZG $\geq$ NG? Ja! Wir machen zuerst eine Polynomdisvion mit Rest und zerlegen dann nur den Rest, z.B.:

$$
\begin{array}{l}
\bigl(\quad x^5 - 8x^3 + 2x^2 + 4x - 3\bigr) : \bigl(x^3 - x\bigr) = x^2 - 7 + \dfrac{2x^2 - 3x - 3}{x^3 - x} \\
\underline{\;- x^5 \;\; + x^3\;} \\
\qquad\quad - 7x^3 + 2x^2 + 4x \\
\qquad\quad \underline{\;\;7x^3 \qquad\qquad - 7x} \\
\qquad\qquad\qquad 2x^2 - 3x
\end{array}
\tag{7}
$$