

Mathematik 2 für Naturwissenschaftler*innen

Anleitung 3 zur Vorbereitung auf die Vorlesung am 29.04.21

9.3 Lineare DGLn 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten

Zur Einstimmung ein Anwendungsbeispiel:

https://timms.uni-tuebingen.de/tp/UT_20180423_002_mathnat2_0001?t=2478.00 (7min) (1)

Allgemein heißt

$$y''(x) + a_1 y'(x) + a_0 y(x) = 0 \quad (2)$$

(homogene) lineare DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten.

Wir finden immer *zwei* l.u. Lösungen:

<https://youtu.be/gqfK6kAUJ9w> (7 min) (3)

Was ist, wenn das charakteristische Polynom χ nur *eine* (doppelte) Nullstelle hat?

<https://youtu.be/PiKKIX72404> (9 min) (4)

Bestimmen Sie nun selbst alle Lösungen von

$$y'' + 2y' + y = 0. \quad (5)$$

Finden wir zu komplexen Nullstellen (von χ) auch reelle Lösungen (der DGL)?

<https://youtu.be/wCNucUFDNdw> (7 min) (6)

Bestimmen Sie selbst alle *reellen* Lösungen von

$$y'' + y = 0. \quad (7)$$

Bei der inhomogenen DGL hilft uns Linearität! **Beispiel:**

$$y''(x) + 4y'(x) + 3y(x) = e^{-2x} \quad \text{https://youtu.be/7rjdl4SVjMM} \quad (7 \text{ min}) \quad (8)$$

Können Sie eine Lösung von $y''(x) + y(x) = e^{-x}$ erraten?

Wenn wir mal keine Lösung erraten können, dann können wir wieder zur *Variation der Konstanten* greifen – aber zuerst denken wir noch über eine andere Frage nach.

Passende Anfangswertprobleme (AWPe) haben jetzt zwei Anfangsbedingungen.

Beispiele:

$$\begin{aligned} y'' + 4y' + 3y = 0, \quad y(0) = 1 = y'(0) \\ y'' + 4y' + 3y = e^{-2x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \end{aligned} \quad \text{https://youtu.be/lit5BBsgvls} \quad (9 \text{ min}) \quad (9)$$

Lösen Sie selbst:

$$y'' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1. \quad (10)$$

Lösen Sie diese Aufgabe zweimal, einmal mithilfe von komplexen e-Funktionen und einmal mit trigonometrischen Funktionen.
