Universität Tübingen, Mathematisches Institut
Dr. Stefan Keppeler Sommersemester 2021

Mathematik II für Naturwissenschaftler∗innen

Übungsblatt 6 (Abgabe 11.06.2021)

Bemerkung zur Notation: Statt $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ schreiben wir auch f_x.

Aufgabe 24 (6+6+3 = 15 Punkte)
Sei $\vec{x} = (x\ y\ z)^T$ und $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$. Seien weiter $f, q : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit $f(\vec{x}) = \mathrm{e}^{xz} + (y-z)\sin(xy)$ und $q(\vec{x}) = \vec{x}^T A\vec{x}$.

a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen f_x, f_y und f_z.
b) Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen q_x, q_y und q_z.
c) Berechnen Sie Richtungsableitung von q an der Stelle $\vec{x}_0 = (1\ 2\ 3)^T$ in Richtung von $\vec{v} = (1\ 0\ 1)^T/\sqrt{2}$.

Aufgabe 25 (5 Punkte)
Sei $f : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x,y) = \log\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)$. Berechnen Sie f_x und f_y sowie $x\, f_x(x,y) + y\, f_y(x,y)$.

Aufgabe 26 (4+4+4 = 12 Punkte)
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x|\,y}{\sqrt{x^2+y^2}} & , \quad x^2+y^2 > 0 \\ 0 & , \quad x = y = 0 \end{cases}.$$

a) Zeigen Sie: Die Funktion f ist stetig. Hinweis: $|xy| \le x^2 + y^2$ (warum?)
b) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von f (für $\vec{x} \neq \vec{0}$).
c) Berechnen Sie alle Richtungsableitungen von f in $\vec{0}$.