

Mathematik II für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 11 (Abgabe am 16.07.2021)

Aufgabe 46 (10 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils den Fluss (von innen nach außen) der Vektorfelder $\vec{v}_1(\vec{x}) = \vec{x}$ und $\vec{v}_2(\vec{x}) = (\cos y, z, x^2)^T$ durch die Oberfläche ∂T des Torus' aus den Aufgaben 23 und 45.

Aufgabe 47 (10 Punkte)

Berechnen Sie $\oint_{\mathfrak{K}} \vec{v} d\vec{x}$ für

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^2 + z \\ \tanh y \\ \cos y - 4x \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathfrak{K} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 + 2 \cos t \\ 7 \\ 2 \sin t - 1 \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Aufgabe 48 (5 Punkte)

Nach dem Verpacken von sechs verschiedenen Geschenken kann Geli den Inhalt nicht mehr erkennen. Eines war für Klaus, zwei für Lothar und drei für Susanne. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei zufälliger Verteilung der Geschenke (in der richtigen Anzahl!) alle die richtigen erhalten?

Aufgabe 49 (Wiederholung: Summen, Reihen, Integrale)¹ (20 Zusatzpunkte)

Sei (für $p, \lambda, \sigma > 0, \mu \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$)

$$b(k; n, p) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad P(k; \lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad f_{\mu, \sigma^2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Berechnen Sie:

a) $\sum_{k=0}^n b(k; n, p), \quad \sum_{k=0}^n k b(k; n, p), \quad \sum_{k=0}^n k^2 b(k; n, p),$

b) $\sum_{k=0}^{\infty} P(k; \lambda), \quad \sum_{k=0}^{\infty} k P(k; \lambda), \quad \sum_{k=0}^{\infty} k^2 P(k; \lambda),$

c) $\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\mu, \sigma^2}(x) dx, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x f_{\mu, \sigma^2}(x) dx, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_{\mu, \sigma^2}(x) dx,$

HINWEIS: $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi},$

d) $\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\mu_1, \sigma_1^2}(y) f_{\mu_2, \sigma_2^2}(x-y) dy, \quad \text{ERGEBNIS: } f_{\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2}(x).$

¹Zu dieser Aufgabe wird kein Lösungsvideo veröffentlicht, sie wird auch nicht in den Übungen besprochen. Wir helfen aber gerne bei der Bearbeitung, wenn Sie z.B. Fragen oder Lösungsansätze im Webforum posten.

Aufgabe 50

(14 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 18.07.21 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Basic set notation,*
- *Subsets of sample spaces,*
- *Simple probability,*
- *Probabilities of compound events,*
- *Independent probability,*
- *Dependent probability und*
- *Simple hypothesis testing.*

HINWEISE: Siehe Aufgabe 4 (Blatt 1).