

INTEGRALSÄTZE: ÜBUNGSBLATT 3

Aufgabe 6: Normalbereiche (40 Punkte)

Man zeichne folgende Mengen und zeige, dass sie stückweise- \mathcal{C}^1 -Normalbereiche sind.

(a) $B_1 = \left\{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 1, \quad 0 \leq x_2 \leq x_1 \right\}$

(b) $B_2 = \left\{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq \sin x_2, \quad 0 \leq x_2 \leq \pi/2 \right\}$

Aufgabe 7: Flächenintegrale in \mathbb{R}^2 (60 Punkte)

- (a) Wiederholen Sie, was der Satz von Fubini besagt. Sei $B \subseteq \mathbb{R}^2$ der Normalbereich im ersten Quadranten zwischen der Geraden $x_2 = x_1$ und der Parabel $x_2 = x_1^2$, und sei $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Verifizieren Sie den Satz von Fubini für B und f , indem Sie $\int_B f(x_1, x_2) d(x_1, x_2)$ durch iterierte Integrale in beiden Reihenfolgen berechnen.
- (b) Für B_1 wie in Aufgabe 6(a) versuchen Sie, $\int_{B_1} e^{x_1^2} d(x_1, x_2)$ in beiden Reihenfolgen zu berechnen, und führen Sie eine der beiden Rechnungen bis zum Ende. Welche Reihenfolge eignet sich besser und warum?
- (c) Berechnen Sie das Volumen des Tetraeders, der von den drei Koordinatenachsen und der Ebene $x_3 = 2 - 2x_1 - x_2$ begrenzt wird.

Abgabe: Bis Samstag, 10.7.2021, um 12:00 Uhr per URM.