Prof. Dr. Roderich Tumulka
Mathematisches Institut, Universität Tübingen

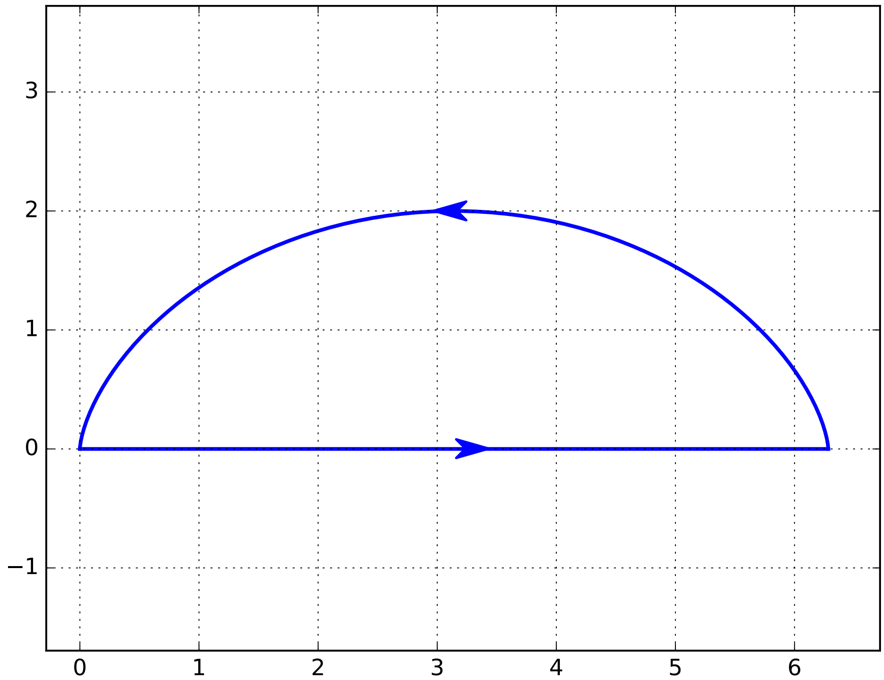
Sommersemester 2021
9. Juli 2021

# Integralsätze: Übungsblatt 4

**Aufgabe 8: Anwendung des Greenschen Integralsatzes** (30 Punkte)
Zeigen Sie: Ist der geschlossene Weg $\gamma : [a,b] \to \mathbb{R}^2$ stückweise $C^1$, injektiv auf $[a,b)$ und positiv orientiert, dann ist für die von $\gamma$ umlaufene Region $B$

$$\text{Flächeninhalt}(B) = \frac{1}{2} \int_\gamma x\,dy - y\,dx\,.$$

**Aufgabe 9: Anwendung von Aufgabe 8** (30 Punkte)
Sei $\gamma(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$ für $t \in [0, 2\pi]$ eine Periode der Zykloide, und sei $B$ die zwischen der Zykloide und dem Intervall $[0, 2\pi]$ auf der $x$-Achse eingeschlossene Fläche. Man berechne den Flächeninhalt von $B$.




**Aufgabe 10: Integralsatz von Cauchy** (40 Punkte)
Beweisen Sie, indem Sie $\mathbb{C}$ als $\mathbb{R}^2$ auffassen, aus dem Integralsatz von Green (in Rotations- und Divergenzform) den

**Integralsatz von Cauchy.** *Sei $U \subseteq \mathbb{C}$ offen, $h : U \to \mathbb{C}$ holomorph, der geschlossene Weg $\gamma$ in $U$ stückweise $C^1$, injektiv auf $[a,b)$ und positiv orientiert. Dann ist*

$$\int_\gamma h(z)\,dz = 0\,.$$

(Tipp: Betrachten Sie $d\underline{x} = (\operatorname{Re} dz, \operatorname{Im} dz)$ und $\underline{f} = (\operatorname{Im} h, \operatorname{Re} h)$ – Achtung Reihenfolge!)

**Abgabe:** Bis Samstag, 17.7.2021, um 12:00 Uhr per URM.