MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT SoSe 2022
DER UNIVERSITÄT TÜBINGEN

Übungen zur Linearen Algebra 1 (Mathematik für Physiker II)

Prof. Dr. P. Pickl
Kajetan Söhnen, Dominik Edelmann

Blatt 1

Aufgabe 1 *(2 Punkte)*: Entscheiden Sie, welche der folgenden Relationen Äquivalenzrelationen sind. Beweisen Sie jeweils Ihre Aussage:

(a) Es sei auf $\mathbb{Q}^+ \times \mathbb{Q}^+$ die folgende Relation definiert: $x \sim y :\Leftrightarrow \sqrt{\frac{x}{y}} \in \mathbb{Q}$. ($\mathbb{Q}$ bezeichnet hier die Menge der rationalen Zahlen, $\mathbb{Q}^+$die Menge der positiven rationalen Zahlen.)

(b) Sei B eine Menge von einfarbigen Objekten. Wir definieren auf $B \times B$ die folgende Relation: $a \sim b :\Leftrightarrow a$ und b haben die selbe Farbe.

Aufgabe 2 *(2 Punkte)*: Zeigen Sie: Die Komposition surjektiver Abbildungen ist selbst surjektiv.

Aufgabe 3 *(2 Punkte)*: Zeigen Sie: Falls $|D| = |W| < \infty$, ist jede surjektive Abbildung $f : D \to W$ injektiv und umgekehrt.

Aufgabe 4 *(2 Punkte)*: Eine Abbildung $f : D \to W$ heißt invertierbar, falls eine Abbildung g existiert, so dass $g \circ f = \mathrm{id}_D$ und $f \circ g = \mathrm{id}_W$ ist. $\mathrm{id}_X : X \to X$ steht hier für die identische Abbildung, die jedes Element aus X auf sich selbst abbildet. Ein solches g nennt man "Inverse von f".

Zeigen Sie, dass die Inverse eindeutig ist und dass eine Abbildung genau dann eine Inverse besitzt, wenn sie bijektiv ist.

Abgabe eines Lösungspdfs je Gruppe bis Montag, den 02.05.2022, um 8.00 Uhr.