Übungen zur Linearen Algebra 1 (Mathematik für Physiker II)

Prof. Dr. P. Pickl
Kajetan Söhnen, Dominik Edelmann

Blatt 11

Aufgabe 1 *(2 Punkte)*: Gegeben sei ein endlichdimensionaler $\mathbb{C}$- Vektorraum V und eine Menge von paarweise orthogonalen Vektoren $M = \{v_1, v_2, \ldots, v_k\} \in V \backslash \{0\}$.

Zeigen Sie, dass M linear unabhängig ist.

Aufgabe 2 *(2 Punkte)*: Wie in der Vorlesung definiert sei $\|x\|_p := \sqrt[p]{\sum_{j=1}^n |x_j|^p}$. Zeigen sie, dass dadurch für $p = 1$ eine Norm auf dem $\mathbb{C}^n$ definiert ist. Hinweis: Die Gültigkeit der Dreiecksungleichung für den Fall $p > 1$ wird üblicher Weise in der Analysisvorlesung behandelt und ist nicht Teil dieser Aufgabe.

Zeigen sie nun, dass der Ausdruck $\|x\|_p$ für $p < 1$ und $n > 1$ keine Norm ist, da er die Dreiecksungleichung verletzt.

Aufgabe 3 *(2 Punkte)*: Gegeben Sei die Matrix $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, durch $\langle x, y \rangle_M := x^t M y$ ist ein Skalarprodukt auf $\mathbb{R}^2$ definiert.

Aufgabe 4 *(2 Punkte)*: Es sei $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie die adjungierte der Matrix A bezogen auf das Skalarprodukt von Aufgabe 3, d.h. eine Matrix A^{adj}, so dass $\langle A^{adj} x, y \rangle_M = \langle x, Ay \rangle_M$ für alle $x, y \in \mathbb{R}^2$.

Abgabe eines Lösungspdfs je Gruppe bis Mo., den 18.07.2022, um 8.00 Uhr.