Übungen zur Linearen Algebra 1 (Mathematik für Physiker II)

Prof. Dr. P. Pickl
Kajetan Söhnen, Dominik Edelmann

Blatt 12

Aufgabe 1 *(2 Punkte)***:** Bestimmen Sie alle Eigenwerte und zu jedem Eigenwert den Eigenraum der folgenden Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -i \\ 0 & 1+i & 1 \\ -1 & 0 & i \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 *(2 Punkte)***:** Zeigen Sie: Alle Eigenwerte einer unitären Matrix haben den Betrag 1, alle Eigenwerte einer selbstadjungierten Matrix sind reell.

Aufgabe 3 *(2 Punkte)***:** Es sei A eine komplexe 2×2-Matrix mit Eigenwert 0, v ein zugehöriger Eigenvektor. Man nehme an, dass A mit Ausnahme der Vielfachen von v keine Eigenvektoren besitzt.

Zeigen Sie: Es existiert ein $w \in \mathbb{C}^2$ mit $Aw = v$. Wie sieht die Abbildung dargestellt in der Basiss (v, w) aus? Zeigen Sie: $A^2 = 0$.

Aufgabe 4 *(2 Punkte)***:** Sei N eine nilpotente Matrix, d.h. es gibt ein $k \in \mathbb{N}$ so dass $N^k = 0$. Zeigen Sie, dass die Spur und die Determinante von N Null sind. Hinweis: Überlegen Sie sich, welche Eigenwerte N hat. Wie sieht das charakteristische Polynom von N also aus?

Abgabe eines Lösungspdfs je Gruppe bis Mo., den 25.07.2022, um 8.00 Uhr.