

Übungen zur Linearen Algebra 1 (Mathematik für Physiker II)

Prof. Dr. P. Pickl
Kajetan Söhnen, Dominik Edelmann

Blatt 7

Aufgabe 1 (2 Punkte): Gegeben seien die Transformationen, die die Zeilen einer beliebigen Matrix 3×3 -Matrix A in folgender Weise ändern (Siehe Vorlesung):

- (iii) Tausche Zeile 1 mit Zeile 3
- (iv) Addiere das 5-Fache der Zeile 2 zur Zeile 1 dazu.

Welche Matrizen bewirken, von links multipliziert, die obigen Transformationen? Beschreiben Sie, wie die entsprechenden Matrizen von rechts multipliziert wirken. Geben Sie die Inversen der beiden gesuchten Matrizen an. Wie wirken diese von links bzw. rechts multipliziert auf eine beliebige Matrix?

Aufgabe 2 (2 Punkte): Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Finden Sie alle Lösungen des Gleichungssystems $Ax = b$.

Aufgabe 3 (2 Punkte): Gegeben sei die 3×3 -Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Finden Sie Produkte von Elementarmatrizen S und T , so dass SAT die 3×3 -Einheitsmatrix ergibt. Benutzen sie dieses Resultat, um A selbst als Produkt von Elementarmatrizen zu schreiben. Bestimmen Sie dann die Inverse von A .

Aufgabe 4 (2 Punkte): Zeigen Sie, dass für Matrizen $A \in M(n \times m)$ und $B \in M(m \times r)$, $m, n, r \in \mathbb{N}$ folgende Formeln gelten:

$$\text{rang}(A) + \text{rang}(B) - m \leq \text{rang}(AB) \leq \min \{ \text{rang}(A), \text{rang}(B) \}.$$

Abgabe eines Lösungspdfs je Gruppe bis Mo., den 20.06.2022, um 8.00 Uhr.