

Übungen zur Linearen Algebra 1 (Mathematik für Physiker II)

Prof. Dr. P. Pickl
Kajetan Söhnen, Dominik Edelmann

Blatt 8

Aufgabe 1 (2 Punkte): Zeigen oder widerlegen Sie:

- a) Zwei zueinander ähnliche $n \times n$ -Matrizen haben immer die gleiche Determinante.
- b) Zwei zueinander äquivalente $n \times n$ -Matrizen haben immer die gleiche Determinante.

Aufgabe 2 (2 Punkte): Schreiben Sie folgende Matrix A als Produkt von Elementarmatrizen und berechnen Sie dann $\det A$. Ist die Matrix A invertierbar?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3 (2 Punkte): Gegeben sei die Abbildung $f : M(n \times n) \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$f \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ab - cd + ad - bc.$$

Zeigen sie: f ist normiert und multilinear in jeder Spalte, sowie Null für zwei identische Zeilen, ist aber nicht die Determinante.

Aufgabe 4 (2 Punkte): Gegeben seien die Punkte $a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$.

Zeigen Sie: Ein Punkt $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ liegt genau dann auf der Geraden durch a und b wenn

$$\det \begin{pmatrix} 1 & a_1 & a_2 \\ 1 & b_1 & b_2 \\ 1 & x_1 & x_2 \end{pmatrix} = 0$$

Abgabe eines Lösungspdfs je Gruppe bis Mo., den 06.06.2022, um 8.00 Uhr.