

## Mathematik 2 für Naturwissenschaftler\*innen

Anleitung 2 zur Vorbereitung auf die Vorlesung am 25.04.22

---

### 9.1 DGLn erster Ordnung mit getrennten Veränderlichen

Eine Differentialgleichung (DGL) ist eine Gleichung, die eine unbekannte Funktion und deren Ableitung(en) enthält.

**Beispiel:**

$$y'(x) = 3x^2 (1 + y^2(x)) \quad (1)$$

ist eine DGL erster Ordnung, weil als höchste Ableitung der gesuchten Funktion  $y$  die erste Ableitung  $y'$  auftritt. Wir versuchen, Lösungen zu bestimmen:

$$\text{https://youtu.be/U9tvmvToxJI (3 min)} \quad (2)$$

Falls das Auseinanderreißen von  $dy$  und  $dx$  ok war, dann sind Funktionen der Form

$$y(x) = \tan(x^3 + c) \quad (3)$$

Lösungen der DGL – und zwar für beliebige  $c \in \mathbb{R}$ .

Stimmt das?

$$\text{Und was machen wir mit dem } c? \quad \text{https://youtu.be/lv00oWkR08s (4 min)} \quad (4)$$

---

Ein Anfangswertproblem (AWP) besteht aus DGL und Anfangsbedingung, z.B.

$$y'(x) = 3x^2 (1 + y^2(x)) , \quad y(0) = 1. \quad (5)$$

DGL... AWP... was soll das eigentlich alles?

$$\text{https://timms.uni-tuebingen.de/tp/UT_20180419_001_mathnat2_0001?t=2760.00 (4min)}^1 \quad (6)$$

Zurück zum Beispiel, jetzt direkt als AWP:

$$\text{https://youtu.be/9NsNifcNh-s (4 min)} \quad (7)$$

---

Schön, aber war das Auseinanderreißen von  $dy$  und  $dx$  denn nun ok?

$$\text{https://youtu.be/uW2SPGMcotM (14 min)}^2 \quad (8)$$

---

<sup>1</sup>Oder überspringen Sie dieses Video, darüber können wir auch gut in der Vorlesung sprechen, wenn Sie wollen, vielleicht auch mit einem etwas aufwändigeren Anwendungsbeispiel.

<sup>2</sup>Hier steckt die allgemeine Erklärung drin – als “Kochrezepte” genügen zunächst die anderen Videos.

Und was ist, wenn doch  $g(y_0) = 0$  ist?

$$\text{https://youtu.be/vtsB9oKii0w (2 min)} \quad (9)$$

**Lösen Sie nun selbst:**

$$y'(x) = y^2(x), \quad y(0) = 1 \quad (\text{Lösung im Skript}) \quad (10)$$

und

$$y'(x) = x \cos^2(x) \sin(y(x)), \quad y(0) = \pi. \quad (11)$$

---

## 9.2 Lineare DGLn erster Ordnung

$$y'(x) + f(x)y(x) = g(x) \quad (12)$$

heißt *lineare* DGL 1. Ordnung – *homogen*, falls  $g(x) = 0 \forall x$ , sonst *inhomogen*.  
Die homogene DGL können wir bereits lösen:

$$\text{https://youtu.be/Z9F0qkBWaeg (5 min)} \quad (13)$$

**Beispiele:**

$$\begin{aligned} y' - y &= 0 \\ y' + xy &= 0 \quad \text{https://youtu.be/JMv0u5s_KME (3 min)} \\ y' + \frac{y}{2x} &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Was bringt uns Linearität?

$$\text{https://youtu.be/PGqyNiVZU1Y (8 min)} \quad (15)$$

Nächstes Mal überlegen wir uns, wie wir eine partikuläre Lösung finden.