

## Mathematik 2 für Naturwissenschaftler\*innen

Anleitung 4 zur Vorbereitung auf die Vorlesung am 02.05.22

---

### 9.3 Lineare DGLn 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten (Forts.)

Finden wir zu komplexen Nullstellen (von  $\chi$ ) auch reelle Lösungen (der DGL)?

$$\text{https://youtu.be/wcNucUFDNdW (7 min)} \quad (1)$$

Bestimmen Sie selbst alle *reellen* Lösungen von

$$y'' + y = 0. \quad (2)$$

---

Bei der inhomogenen DGL hilft uns Linearität! **Beispiel:**

$$y''(x) + 4y'(x) + 3y(x) = e^{-2x} \quad \text{https://youtu.be/7rjdl4SVjMM (7 min)} \quad (3)$$

Können Sie eine Lösung von  $y''(x) + y(x) = e^{-x}$  erraten?

Wenn wir mal keine Lösung erraten können, dann können wir wieder zur *Variation der Konstanten* greifen – aber zuerst denken wir noch über eine andere Frage nach.

---

Passende Anfangswertprobleme (AWPe) haben jetzt zwei Anfangsbedingungen.

**Beispiele:**

$$\begin{aligned} y'' + 4y' + 3y = 0, \quad y(0) = 1 = y'(0) \\ y'' + 4y' + 3y = e^{-2x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \end{aligned} \quad \text{https://youtu.be/lit5BBsgvls (9 min)} \quad (4)$$

**Lösen Sie selbst:**

$$y'' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1. \quad (5)$$

Lösen Sie diese Aufgabe zweimal, einmal mithilfe von komplexen e-Funktionen und einmal mit trigonometrischen Funktionen.

---

Jetzt wollen wir

$$y''(x) + a_1 y'(x) + a_0 y(x) = f(x) \quad (6)$$

mittels *Variation der Konstanten* lösen.

Seien also  $y_1$  und  $y_2$  l.u. Lösungen der homogenen DGL. **Behauptung:**

$$y_p(x) = c_1(x)y_1(x) + c_2(x)y_2(x) \quad (7)$$

$$\text{mit } c_1(x) = - \int \frac{y_2(x)f(x)}{W(x)} dx, \quad c_2(x) = \int \frac{y_1(x)f(x)}{W(x)} dx \quad (8)$$

$$\text{und } W(x) = y_1(x)y_2'(x) - y_1'(x)y_2(x) \quad (9)$$

löst die inhomogene DGL. *WTF?* Im Skript erkläre ich, wie man auf diese Formel kommt. Hier stellen wir uns mal auf den umgekehrten Standpunkt und probieren einfach aus, ob's klappt:

$$\a href="https://youtu.be/IVMuAnX7jdg" style="color: blue;">https://youtu.be/IVMuAnX7jdg (9 min) \quad (10)$$

**Und nun ein Beispiel:**

$$y''(x) + 4y'(x) + 3y(x) = e^{-2x} \quad \a href="https://youtu.be/Chi06X4zlxo" style="color: blue;">https://youtu.be/Chi06X4zlxo (6 min) \quad (11)$$

---