

Mathematik II für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 1 (Abgabe am 28.04.2022, 10:00)

Aufgabe 1

(12 Punkte)

Berechnen Sie:

a) $\int_0^\pi \sin^3 x \, dx$ b) $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$ c) $\int_0^\pi \sin^5 x \, dx$

Aufgabe 2

(10 Zusatzpunkte)

Die Funktion

$$\Gamma(s) := \int_0^\infty t^{s-1} e^{-t} \, dt$$

ist für alle $s \in \mathbb{R}^+$ wohldefiniert. (Warum?)

- Berechnen Sie $\Gamma(1)$.
- Zeigen Sie: $\Gamma(s+1) = s \Gamma(s) \, \forall s > 0$. HINWEIS: Partielle Integration.
- Bestimmen Sie $\Gamma(20)$.
- Zeigen Sie:

$$\frac{1}{x^s} = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty t^{s-1} e^{-xt} \, dt \quad \forall x \in \mathbb{R}^+ \quad \text{HINWEIS: Substitution.}$$

Aufgabe 3

(15 Punkte)

Berechnen Sie:

a) $\int_1^\infty \frac{7x+9}{x^3+4x^2+3x} \, dx$ b) $\int_1^\infty \frac{9x+18}{x^3+6x^2+9x} \, dx$ c) $\int_1^\infty \frac{2x^2-8x-8}{(x^2+4)^2} \, dx$

Auf der Rückseite gibt's mehr Zusatzpunkte.

Aufgabe 4

(10 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 12.06.22 auf www.khanacademy.org die Skills

- *Integration by parts*,
- *Integration by parts: definite integrals*,
- *Reverse chain rule*,
- *Partial fraction expansion* und
- *Integration with partial fractions*.

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- a) Benutzen Sie die *englische* Version der Seite.
- b) Machen Sie sich auf www.khanacademy.org einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- c) Machen Sie Ihre*n Übungsgruppenleiter*in zu Ihrem *Coach*. Dazu erhalten Sie von ihr/ihm einen *Class code*, bzw. einen Einladungslink.
- d) Ihr*e Übungsgruppenleiter*in wird Ihnen die obigen *Skills* als *Assignments* geben. Sie sehen diese *Assignments* in der Ansicht *Learner home* (auswählbar nach Klick auf Ihren Namen rechts oben).
- e) Bearbeiten Sie die *Assignments*. Wenn Sie alle Aufgaben einer *Skill* korrekt bearbeiten, erhalten Sie ein Ergebnis von 100%. Sie dürfen das beliebig oft versuchen. Es zählt immer der beste Versuch (aber erst nach dem *Assignment*).
- f) Für jede *Skill* aus den *Assignments*, bei der Sie zum Stichtag 100% erreicht haben, schreiben wir Ihnen 2 Zusatzpunkte gut.