

Mathematik II für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 6 (Abgabe 02.06.2022)

Bemerkung zur Notation: Statt $\frac{\partial f}{\partial x}$ schreiben wir auch f_x .

Aufgabe 25

(6+6+3 = 15 Punkte)

Sei $\vec{x} = (x \ y \ z)^T$ und $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Seien weiter $f, q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(\vec{x}) = e^{xz} + (y - z) \sin(xy)$ und $q(\vec{x}) = \vec{x}^T A \vec{x}$.

- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen f_x , f_y und f_z .
- Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen q_x , q_y und q_z .
- Berechnen Sie Richtungsableitung von q an der Stelle $\vec{x}_0 = (1 \ 2 \ 3)^T$ in Richtung von $\vec{v} = (1 \ 0 \ 1)^T / \sqrt{2}$.

Aufgabe 26

(5 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & , \ (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & , \ (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Wo ist f stetig, wo nicht? Begründen Sie Ihre Antworten.

Aufgabe 27

(4+4+4 = 12 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|x|y}{\sqrt{x^2 + y^2}} & , \ x^2 + y^2 > 0 \\ 0 & , \ x = y = 0 \end{cases}.$$

- Zeigen Sie: Die Funktion f ist stetig. HINWEIS: $|xy| \leq x^2 + y^2$ (warum?)
- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von f (für $\vec{x} \neq \vec{0}$).
- Berechnen Sie alle Richtungsableitungen von f in $\vec{0}$.