

## Mathematik II für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 6 (Abgabe 02.06.2022)

---

**Bemerkung zur Notation:** Statt  $\frac{\partial f}{\partial x}$  schreiben wir auch  $f_x$ .

### Aufgabe 25

(6+6+3 = 15 Punkte)

Sei  $\vec{x} = (x \ y \ z)^T$  und  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ . Seien weiter  $f, q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(\vec{x}) = e^{xz} + (y-z) \sin(xy)$  und  $q(\vec{x}) = \vec{x}^T A \vec{x}$ .

- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen  $f_x$ ,  $f_y$  und  $f_z$ .
- Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen  $q_x$ ,  $q_y$  und  $q_z$ .
- Berechnen Sie Richtungsableitung von  $q$  an der Stelle  $\vec{x}_0 = (1 \ 2 \ 3)^T$  in Richtung von  $\vec{v} = (1 \ 0 \ 1)^T / \sqrt{2}$ .

### Aufgabe 26

(5 Punkte)

Sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & , \quad (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & , \quad (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Wo ist  $f$  stetig, wo nicht? Begründen Sie Ihre Antworten.

### Aufgabe 27

(4+4+4 = 12 Punkte)

Sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|x|y}{\sqrt{x^2 + y^2}} & , \quad x^2 + y^2 > 0 \\ 0 & , \quad x = y = 0 \end{cases}.$$

- Zeigen Sie: Die Funktion  $f$  ist stetig. HINWEIS:  $|xy| \leq x^2 + y^2$  (warum?)
- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von  $f$  (für  $\vec{x} \neq \vec{0}$ ).
- Berechnen Sie alle Richtungsableitungen von  $f$  in  $\vec{0}$ .