

Mathematik II für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 8 (Abgabe 23.06.2022)

Aufgabe 33

(3+4+3= 10 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die Taylorreihe von $f(x, y) = \frac{e^{-y^2}}{1-x^2}$ um $(0, 0)$.
- b) Bestimmen Sie die Taylorentwicklungen im Ursprung bis einschließlich des quadratischen Terms von $f(x, y, z) = \sin(xy) - \cos(z) + xz(y-1)^{22}$ und $g(x, y) = \frac{e^x \sin y}{1+x^2}$.
- c) Bestimmen Sie die Taylorreihe um den Punkt $(1, 0, -1)$ von

$$f(x, y, z) = x^3 - 3x^2 + y^2 + 4yz + 2z + x + 22.$$

HINWEIS: Sie müssen nicht ableiten.

Aufgabe 34

(8+7 = 15 Punkte)

Bestimmen Sie alle kritischen Punkte der Funktionen

$$f(x, y) = (x - y)^4 - 7(x^2 + y^2) + 18xy \quad \text{und} \quad g(x, y) = y^2 - y^4 + \sin(x),$$

d.h. alle Punkte mit $\nabla f = 0$ (bzw. $\nabla g = 0$). Untersuchen Sie, ob dort Minima, Maxima oder Sattelpunkte vorliegen.

Aufgabe 35 ¹

(Fibonacci-Zahlen)

(10 Zusatzpunkte)

Sei $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ und $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \forall n \geq 2$. Sei weiter

$$\vec{b}_n = \begin{pmatrix} a_n \\ a_{n+1} \end{pmatrix}.$$

- a) Finden Sie eine 2×2 -Matrix A , so dass $\vec{b}_{n+1} = A \vec{b}_n$.
- b) Berechnen Sie A^n (durch HAT) und bestimmen Sie damit \vec{b}_n sowie a_n explizit.

¹Die ist eine **Ergänzungsaufgabe** mit deren Hilfe zurückliegende Themen wiederholt werden können. Zu dieser Aufgabe wird kein Lösungsvideo veröffentlicht, und sie wird vielleicht nicht in den Übungsgruppen besprochen. Das Vergleichen von Ergebnissen und die Diskussion von Lösungswegen, z.B. auf Discord, ist aber erwünscht und wird unterstützt.