

## Mathematik II für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 9 (Abgabe am 30.06.2022)

---

### Aufgabe 36

(10 Zusatzpunkte)

Ist  $y + xy^2 - e^{xy} = 0$  in einer Umgebung von  $(x_0, y_0)$  mit  $x_0 = 0$  und geeignetem  $y_0$  nach  $y = f(x)$  auflösbar? Berechnen Sie ggf. auch  $f'(0)$ .

### Aufgabe 37

(10 Punkte)

Zeigen Sie, dass sich das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}y_1 + \cos(y_1 y_2) &= y_2 x_1 + 1 \\ \sin y_1 &= x_2 + y_2\end{aligned}$$

in einer Umgebung von  $(x_1, x_2, y_1, y_2) = (0, -1, 0, 1)$  nach  $\vec{y} = f(\vec{x})$ , d.h.

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2) \\ f_2(x_1, x_2) \end{pmatrix},$$

auffösen lässt, und berechnen Sie  $f'(0, -1)$ .

### Aufgabe 38

(10 Punkte)

Für welche  $(r, \vartheta, \varphi) \in \mathbb{R}^3$  ist die Funktion

$$f(r, \vartheta, \varphi) = \begin{pmatrix} x(r, \vartheta, \varphi) \\ y(r, \vartheta, \varphi) \\ z(r, \vartheta, \varphi) \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} r \sin \vartheta \cos \varphi \\ r \sin \vartheta \sin \varphi \\ r \cos \vartheta \end{pmatrix}$$

lokal umkehrbar?<sup>1</sup> Berechnen Sie auch  $f^{-1}(0, 2, 0)$ ; geben Sie an, welchen Zweig Sie dabei gewählt haben (d.h. aus welchem Bereich bei Ihnen  $r$ ,  $\vartheta$  und  $\varphi$  stammen).

### Aufgabe 39

(15 Punkte)

Sei  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch  $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2 + 2x - 2y}$ .

- Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von  $f$ .
- Bestimmen Sie alle potentiellen Extremstellen von  $f$  unter der Nebenbedingung  $x^2 + y^2 = 4$ . Entscheiden Sie, ob es sich tatsächlich um Minima oder Maxima handelt.
- Sei  $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$ . Bestimmen Sie  $\max_{(x,y) \in D} f(x, y)$  und  $\min_{(x,y) \in D} f(x, y)$ .

HINWEIS: Denken Sie neben dem Satz auf Anleitung 15 auch an den Satz aus Anleitung 10.

---

<sup>1</sup>Das heißt wo existiert eine Funktion  $f^{-1}(x, y, z) = \begin{pmatrix} r(x, y, z) \\ \vartheta(x, y, z) \\ \varphi(x, y, z) \end{pmatrix}$ ?