

## Mathematik II für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 11 (Abgabe am 14.07.2021)

---

### Aufgabe 46

(5 Punkte)

Bestimmen Sie die Oberfläche des Paraboloids (vgl. Aufgabe 44)

$$P = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq z \leq 4 \right\}.$$

### Aufgabe 47

(10 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie die Oberfläche des 'Torus' aus Aufgabe 45<sup>1</sup> d.h. berechnen Sie  $\int_{\partial T} dO$ , wobei

$$\partial T = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} = \begin{pmatrix} (1 + \frac{1}{2} \sin u) \cos v \\ (1 + \frac{1}{2} \sin u) \sin v \\ \frac{1}{2} \cos u \end{pmatrix}, 0 \leq u < 2\pi, 0 \leq v < 2\pi \right\}.$$

### Aufgabe 48

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die Oberfläche des Sattels

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 4, z = x^2 - y^2 \right\}$$

sowie den Fluss von  $\vec{v}(\vec{x}) = \vec{x}$  durch  $S$  ohne Verwendung eines Integralsatzes.

HINWEIS: Ebene Polarkoordinaten,  $dx dy = r dr d\varphi$ , sind hilfreich.

### Aufgabe 49

(10 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils den Fluss (von innen nach außen) der Vektorfelder  $\vec{v}_1(\vec{x}) = \vec{x}$  und  $\vec{v}_2(\vec{x}) = (\sin z, e^x, y^3)^T$  durch die Oberfläche  $\partial T$  des 'Torus' aus den Aufgaben 24, 45 und 47.

---

<sup>1</sup>vgl. auch Aufgabe 24. Um die Aufgabe nicht zu entwerten, wird zu ihr kein Lösungsvideo publiziert.

**Aufgabe 50** (Wiederholung: Summen, Reihen, Integrale)<sup>2</sup>  
 Sei (für  $p, \lambda, \sigma > 0, \mu \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ )

(20 Zusatzpunkte)

$$b(k; n, p) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad P(k; \lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad f_{\mu, \sigma^2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Berechnen Sie:

a)  $\sum_{k=0}^n b(k; n, p), \quad \sum_{k=0}^n k b(k; n, p), \quad \sum_{k=0}^n k^2 b(k; n, p),$

b)  $\sum_{k=0}^{\infty} P(k; \lambda), \quad \sum_{k=0}^{\infty} k P(k; \lambda), \quad \sum_{k=0}^{\infty} k^2 P(k; \lambda),$

c)  $\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\mu, \sigma^2}(x) dx, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x f_{\mu, \sigma^2}(x) dx, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_{\mu, \sigma^2}(x) dx,$

HINWEIS:  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi},$

d)  $\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\mu_1, \sigma_1^2}(y) f_{\mu_2, \sigma_2^2}(x-y) dy, \quad \text{ERGEBNIS: } f_{\mu_1+\mu_2, \sigma_1^2+\sigma_2^2}(x).$

**Aufgabe 51**

(14 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 23.07.22 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die *Skills*

- *Basic set notation,*
- *Subsets of sample spaces,*
- *Simple probability,*
- *Probabilities of compound events,*
- *Independent probability,*
- *Dependent probability und*
- *Simple hypothesis testing.*

HINWEISE: Siehe Aufgabe 4 (Blatt 1).

---

<sup>2</sup>Zu dieser Aufgabe wird kein Lösungsvideo veröffentlicht, sie wird auch nicht in den Übungen besprochen. Wir helfen aber gerne bei der Bearbeitung, wenn Sie z.B. Fragen oder Lösungsansätze auf Discord posten.