

## INTEGRALSÄTZE ÜBUNGSBLATT 8

### Aufgabe 8: Flächenintegral

Sei  $\mathcal{F}$  die Oberfläche der nördlichen Hemisphäre der Einheitskugel mit Mittelpunkt im Ursprung mit der Orientierung, in der  $\underline{n}$  nach außen zeigt. Sei  $\underline{q} = (0, 0, c)$  ein fester Punkt mit  $c > 1$ .

(a) Berechnen Sie das skalare Flächenintegral  $\int_{\mathcal{F}} g \, dS$  für das Skalarfeld  $g(\underline{p}) = \|\underline{p} - \underline{q}\|^2$ .

(b) Berechnen Sie das vektorielle Flächenintegral  $\int_{\mathcal{F}} \operatorname{rot} \underline{f} \cdot d\underline{S}$  für das Vektorfeld

$$\underline{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 \\ xz \\ xy \end{pmatrix}.$$

(*Tipp:* Bei Integralen von Produkten oder Potenzen von Winkelfunktionen hilft manchmal eine Substitution wie  $z = \sin \vartheta$ , manchmal ein Symmetrieargument wie  $\int_0^{2\pi} d\varphi \sin \varphi = 0$  und manchmal, dass man die Winkelfunktion durch die komplexe Exponentialfunktion ausdrückt.)

**Abgabe:** Bis Freitag, 23.6.2023, um 10:15 Uhr.