

Mathematik 2 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 12 (Abgabe spätestens 20.07.2023, 10:00)

Aufgabe 49

(10 Punkte)

Sei M der Mantel eines Kegels der Höhe 4, wobei die Grundfläche ein Kreis mit Radius 3 sei.¹

- Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Mantels, d.h. berechnen Sie $\int_M dO$.
- Bestimmen Sie den Fluss von $f(\vec{x}) = \vec{x}$ durch den Kegelmantel M .

Aufgabe 50

(10 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie die Oberfläche des 'Torus' aus Aufgabe 46 (vgl. auch Aufgabe 25), d.h. berechnen Sie $\int_{\partial T} dO$, wobei

$$\partial T = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} = \begin{pmatrix} (1 + \frac{1}{2} \sin u) \cos v \\ (1 + \frac{1}{2} \sin u) \sin v \\ \frac{1}{2} \cos u \end{pmatrix}, 0 \leq u < 2\pi, 0 \leq v < 2\pi \right\}.$$

Aufgabe 51

(10 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils den Fluss (von innen nach außen) der Vektorfelder $\vec{v}_1(\vec{x}) = \vec{x}$ und $\vec{v}_2(\vec{x}) = (\cos z, e^x, y^3)^T$ durch die Oberfläche ∂T des 'Torus' aus den Aufgaben 25, 46 und 50.

Aufgabe 52

(10 Punkte)

Berechnen Sie $\oint_{\mathfrak{K}} \vec{v} d\vec{x}$ für

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^2 + z \\ \tanh y \\ \sin y - 3x \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathfrak{K} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 + 3 \cos t \\ 7 \\ 3 \sin t - 1 \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 2\pi.$$

¹Wir haben die Mantelfläche eines Kegels am 06.07.23 in der Vorlesung parametrisiert.