

## INTEGRALSÄTZE: ÜBUNGSBLATT 6

### Aufgabe 6: Flächenintegrale in $\mathbb{R}^2$

(a) Wiederholen Sie, was der Satz von Fubini besagt. Sei  $B_a \subseteq \mathbb{R}^2$  der Normalbereich für  $x_1 \in [0, 1]$  zwischen der Geraden  $x_2 = x_1$  und der Parabel  $x_2 = x_1^2$ , und sei  $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$ . Verifizieren Sie den Satz von Fubini für  $B_a$  und  $f$ , indem Sie  $\int_{B_a} f(x_1, x_2) d(x_1, x_2)$  durch iterierte Integrale in beiden Reihenfolgen berechnen.

(b) Für

$$B_b = \left\{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 1, \quad 0 \leq x_2 \leq x_1 \right\}$$

versuchen Sie,  $\int_{B_b} e^{x_1^2} d(x_1, x_2)$  in beiden Reihenfolgen zu berechnen, und führen Sie eine der beiden Rechnungen bis zum Ende. Welche Reihenfolge eignet sich besser und warum?

(c) Berechnen Sie das Volumen  $V$  des Tetraeders, das von den drei Koordinatenachsen und der Ebene  $x_3 = 2 - 2x_1 - x_2$  begrenzt wird.

**Abgabe:** Bis Mittwoch 5.6.2024 um 12 Uhr