

INTEGRALSÄTZE ÜBUNGSBLATT 9

Aufgabe 9: Flächenintegral

Sei \mathcal{F} die Oberfläche der nördlichen Hemisphäre der Einheitskugel mit Mittelpunkt im Ursprung mit der Orientierung, in der \underline{n} nach außen zeigt. Sei $\underline{q} = (0, 0, c)$ ein fester Punkt mit $c > 1$.

(a) Berechnen Sie das skalare Flächenintegral $\int_{\mathcal{F}} g \, dS$ für das Skalarfeld $g(\underline{p}) = \|\underline{p} - \underline{q}\|^2$.

(b) Berechnen Sie das vektorielle Flächenintegral $\int_{\mathcal{F}} \operatorname{rot} \underline{f} \cdot d\underline{S}$ für das Vektorfeld

$$\underline{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 \\ xz \\ xy \end{pmatrix}.$$

(*Tipp:* Bei Integralen von Produkten oder Potenzen von Winkelfunktionen hilft manchmal eine Substitution wie $z = \sin \vartheta$, manchmal ein Symmetrieargument wie $\int_0^{2\pi} d\varphi \sin \varphi = 0$ und manchmal, dass man die Winkelfunktion durch die komplexe Exponentialfunktion ausdrückt.)

Abgabe: Bis Mittwoch 26.6.2024 um 12 Uhr.