

Stochastik

Prof. Dr. P. Pickl

Blatt 8

Aufgabe 1: Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz der Poissonverteilung mit Parameter λ .

Aufgabe 2: Eine Laplace-Würfel wird geworfen. Betrachten Sie die Zufallsvariablen X, Y, Z gegeben durch $X = 1$ falls die geworfene Augenzahl gerade ist und $X = -1$ sonst, $Y = 2$ falls die geworfene Augenzahl größer als 2 ist, $Y = -1$ sonst. $Z = 1$ falls die geworfene Augenzahl eine Primzahl ist, $Z = -1$ sonst.

Zeigen Sie, dass X und Y sowie Y und Z unabhängig sind und dass X mit Z korreliert ist.

Bestimmen Sie $\mathbb{E}(|X - \mathbb{E}(X)|)$, $\mathbb{E}(Y - \mathbb{E}(Y))$ und $\mathbb{E}(|X + Y - \mathbb{E}(X + Y)|)$ und überprüfen sie, ob $\mathbb{E}(|X - \mathbb{E}(X)|) + \mathbb{E}(Y - \mathbb{E}(Y)) = \mathbb{E}(|X + Y - \mathbb{E}(X + Y)|)$.

Aufgabe 3: Betrachten Sie die Situation von Aufgabe 2.

Nehmen Sie an, Sie dürfen einen fest vorgegebenen Wetteinsatz auf die durch X, Y und Z gegeben Wetten platzieren, d.h. betrachten Sie eine beliebige Kombination $K = aX + bY + cZ$ mit $a + b + c = 1$. Wie müssen die Parameter a, b, c gewählt werden, so dass die Varianz von K minimal wird unter der Bedingung dass die Zufallsvariable K zu X unkorreliert sein soll.

Aufgabe 4: Es seien X, Y Zufallsvariablen, die jeweils nur zwei unterschiedliche Werte annehmen können. Zeigen Sie, dass

$$X, Y \text{ unkorreliert} \Leftrightarrow X, Y \text{ unabhängig.}$$

Finden sie ein Beispiel für Zufallsvariablen $X : \Omega \rightarrow \{0, 1\}$ und $Y : \Omega \rightarrow \{-1, 0, 1\}$, die unkorreliert aber nicht unabhängig sind.

Bitte geben Sie das Übungsblatt jeweils zu zweit oder zu dritt bis spätestens 24.06.2024 um 14:00 über URM ab. Denken Sie daran, von allen zwei bzw. drei Personen die Namen auf dem Blatt anzugeben.