

## Mathematik 2 für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 4 (Abgabe spätestens 15.05.2025, 10:00)

---

### Aufgabe 14

(13 Punkte)

Bestimmen Sie alle Lösungen  $y(x)$  der folgenden Differentialgleichungen. Geben Sie in Teil c auch die Menge aller reellen Lösungen an.

a)  $y'' + 8y' + 12y = 0$    b)  $y'' + 8y' + 16y = 0$    c)  $y'' + 8y' + 20y = 0$    d)  $y'' + 8y' = 0$

### Aufgabe 15

(8 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme.

- a)  $y'' + 8y' + 12y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$   
b)  $y'' + 8y' + 16y = 0$ ,  $y(2) = e^{-8} = y'(2)$   
c)  $y'' + 8y' + 20y = 0$ ,  $y(0) = \pi$ ,  $y'(0) = 0$   
d)  $y'' + 8y' = 0$ ,  $y(0) = 16$ ,  $y'(0) = 8$

### Aufgabe 16

(12 Punkte)

Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der folgenden DGLn.

- a)  $y'' + 8y' + 12y = e^{-2x}$   
b)  $y'' + 8y' + 16y = e^{-x}$   
c)  $y'' + 8y' + 20y = \sin x$   
d)  $y'' + 8y' = 25$

### Aufgabe 17

(1+3+2+3+1= 10 Zusatzpunkte)

Wir möchten alle Lösungen  $y(x)$  der DGL<sup>1</sup>

$$y^{(4)} + 2y^{(3)} + 5y'' + 8y' + 4y = x^2 + 25$$

finden. Dazu betrachten wir zunächst die zugehörige homogene Gleichung und machen den Ansatz

$$y(x) = e^{\lambda x}.$$

- a) Welche Gleichung muss  $\lambda$  erfüllen?  
b) Welche  $\lambda$  lösen diese Gleichung? HINWEIS:  $\lambda = 2i$  ist darunter.  
c) Geben Sie dementsprechend 4 linear unabhängige Lösungen der homogenen Gleichung an.  
HINWEIS: Eine doppelte Lösung der Bestimmungsgleichung für  $\lambda$  behandeln Sie wie bei DGLn zweiter Ordnung.  
d) Raten Sie eine Lösung der inhomogenen Gleichung (bzw. wählen Sie einen geeigneten Ansatz).  
e) Geben Sie alle Lösungen der inhomogenen Gleichung an.

---

<sup>1</sup>Zur Erinnerung:  $y^{(2)} = y''$